

## Jules Henri Poincaré

- 29 avril 1854: naissance à Nancy
- 1873: Après des études à Nancy, entre major à l'École polytechnique.
- 1879: Nommé ingénieur des mines à Vesoul. Docteur en Sciences mathématiques avec un travail sur les équations différentielles. Chargé du cours d'Analyse mathématique à Caen.



## LA CONJECTURE DE POINCARÉ

« *La sphère est le seul espace tridimensionnel fermé dépourvu de trous.* »

•1880: Travaux sur les formes, découverte des groupes algébriques dits de Klein-Poincaré et des fonctions automorphes (fonctions invariantes sous certaines substitutions et dotées de nombreuses applications).

• 1881 Maître de conférences d'Analyse à la Faculté des sciences de Paris.

• 1885: Chaire de Mécanique physique et expérimentale de la Faculté des Sciences de Paris. Prix Poncelet de l'Institut pour l'ensemble de ses travaux mathématiques.

Etude d'une masse fluide en rotation dans un champ de force (théorie des marées, hypothèse de la création de la lune à partir de la terre).

•1886 Chaire de physique mathématique et calcul de probabilités à la Faculté des sciences de l'Université de Paris. Président de la Société mathématique de France.

•1887: Poincaré est élu à l'Académie des Sciences en section de géométrie;

•1889 Poincaré est lauréat du Grand Prix du roi de Suède pour sa contribution importante au problème des trois corps (mécanique céleste)—

une erreur sera découverte dans son mémoire, dont il publiera une version corrigée en 1890. Ce travail contient un des premiers traitements mathématiques d'un mouvement chaotique. En 1892, 1893 et 1899, publication des trois volumes des *Méthodes nouvelles de la mécanique céleste*.

•1895: Premier mémoire sur l'Analyse Situs, six compléments paraissent dans la décennie suivante, établissant les bases de la topologie algébrique moderne. Le cinquième complément, en 1904, renferme la conjecture de Poincaré.

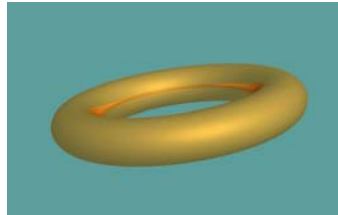
•1898: Publication de l'article « La mesure du temps ».

•1899: lecture d'une lettre de Poincaré au procès Dreyfus devant le Conseil de guerre de Rennes critiquant les méthodes d'analyse du bordereau accusant le capitaine Dreyfus. Il sera chargé d'un rapport sur l'affaire quelques années plus tard.



Prenez une pomme, et imaginez un ruban autour de cette pomme. En faisant glisser le ruban tout doucement, il est possible de le comprimer en un point de la pomme, sans couper le ruban ni le faire quitter la surface de la pomme.

Prenez maintenant un anneau, et imaginez un ruban enfilé autour de l'anneau. Cette fois, il est impossible, sans couper le ruban ou l'anneau, de réduire juste par glissement et compression le ruban en un point. En langage mathématique, on dit que la pomme est une surface simplement connexe, alors que l'anneau ne l'est pas.



### La forme de l'univers

La résolution de la conjecture pourrait être d'une grande aide pour les chercheurs en astronomie et permettrait de comprendre la forme de l'univers. Ainsi, en octobre 2003, une équipe franco-américaine se basant sur l'étude des rayonnements cosmologiques avait publié dans la revue *Nature* un nouveau modèle. Celui-ci correspondait à l'espace de Poincaré : un dodécaèdre composé de 12 pentagones dont les faces opposées sont abstraitement liées entre elles. Autrement dit, sortir de cet espace par une face signifie y re-rentrer par la face qui lui est associée.



•1902: professeur d'électricité théorique à l'École professionnelle supérieure des Postes et des Télégraphes, à Paris. Publication de *La science et l'hypothèse*, ouvrage de philosophie scientifique traduit dans plus de 23 langues.

Président de la Société française de physique.

•1905: Publication de *La valeur de la science*, second ouvrage philosophique de Poincaré.

Publication du premier des articles « Sur la dynamique de l'électron », qui figurent parmi les textes fondateurs de la théorie de la relativité restreinte.

•1908 Poincaré est élu à l'Académie française, sur le fauteuil de Sully Prudhomme. Edition du livre *Science et méthode*.

• 17 juillet 1912: décès de Henri Poincaré. Il était alors correspondant ou membre étranger de plus d'une dizaine d'académies dans le monde entier et docteur honoris causa de nombreuses universités.

Poincaré savait il y a un peu moins d'un siècle que le fait d'être simplement connexe caractérise topologiquement la sphère parmi les surfaces de l'espace. Autrement dit, si une surface (fermée) de l'espace est simplement connexe, elle peut être déformée continûment en la sphère.

Une déformation continue peut être assimilée à ce que l'on est capable de réaliser avec de la pâte à modeler, sans couper une boule de pâte en deux.

Poincaré posa en 1904 la question suivante : est-ce que cette propriété caractérisée encore la sphère 3-dimensionnelle de l'espace à 4 dimensions, ou plus généralement la sphère n-dimensionnelle.

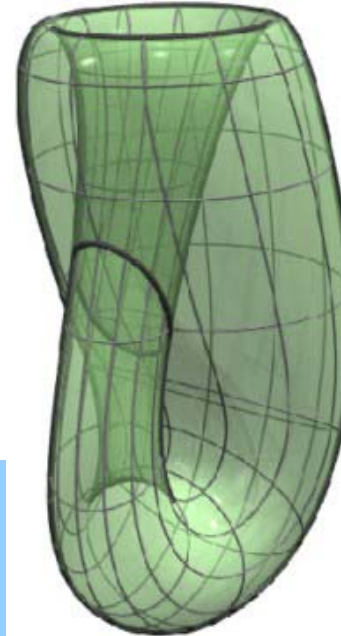
En langage plus mathématique : Est-ce qu'une variété compacte de l'espace à n+1 dimensions est homéomorphe à la sphère n-dimensionnelle?



Bien sûr, il faut être un petit peu mathématicien pour comprendre ce que peut être la sphère dans l'espace à 4, 5 ou plus, dimensions. Et bizarrement, ce problème a été plus simple à résoudre pour les valeurs de n supérieure à 4. Il fut en effet résolu par Zeeman, Stallings et Smale pour n>4 vers 1961-1962, puis par Freedman en 1982 pour n=4. Ce fut plus simple à résoudre certes que le cas n=3, mais cela valut tout de même à Freedman la médaille Fields!

La conjecture initiale de Poincaré (le cas n=3) restait donc irrésolue, et le Clay Mathematics Institute la choisit en l'an 2000 parmi les 7 problèmes du millénaire dont la résolution est primée 1 million de dollars. Il semblerait que le mathématicien russe Grigori Perelman, du prestigieux Steklov Institute of Mathematics de Saint-Petersbourg, ait produit récemment une preuve de la conjecture de Poincaré.

Plus précisément, Perelman aurait résolu une conjecture encore plus générale que la conjecture de Poincaré, à savoir la conjecture de Thurston. Cette conjecture donne les huit géométries possibles pour les espaces à trois dimensions. Parmi celles-ci, citons l'espace euclidien habituel, l'espace hyperbolique, la sphère de dimension 3, les cylindres obtenus à partir de la sphère usuelle de dimension 2 ou du plan hyperbolique.



Bouteille de Klein