

Modélisation mathématique

François Sauvageot

Mathématicien

Lycée Clemenceau & IREM - Nantes

Préambule : partage du savoir

- Faut-il apprendre les mots des mathématiciens avant de pouvoir partager leur savoir ?
- Le langage technique est nécessaire à l'avancée de la connaissance, mais :
 - Il normalise la communication interne
 - Il accroît l'incommunicabilité
- Les mathématiques font-elles partie de la science ?

Mathématiques expérimentales, polysémiques

- *Le(a) mathématicien(ne) a pour tâche, à partir d'un programme code, de reconstituer le programme source. C'est un décryptage mais dans un langage à inventer : un décryptage interprétatif et créatif.*
- Exemple de « Pile ou Face ». $P/F=1$ est asymptotiquement correct, mais $P=F$ est presque toujours faux.
- L'expérience est immédiate !

Modèles

- Modulus : terme latin d'architecture, donnera le mot „moule“.
- Modello : mot italien (langage des arts) désignant une figure destinée à être reproduite (vers 1550).
- Désigne sur un plan abstrait une chose, un être présentant au plus haut degré les caractéristiques d'une espèce, d'une qualité (vers 1600).
- Système représentant les structures essentielles d'une réalité (1940).
- Modéliser, modélisation : acception plus large (processus) (1975)
- Branche de la logique : théorie des modèles.

Modèles

- *Le livre de la nature est écrit en caractères mathématiques.*
- La modélisation comme levier d'action privilégié.
- Se donner un modèle c'est instantanément dire qu'il n'y a pas de vérité unique : c'est en opposition avec le positivisme et une certaine vision des maths.
- En physique la mathématique est constitutive de la conceptualisation. Mais depuis le XVII^{ème} siècle, prise de distance vis-à-vis des analogies mécanistes.
- Les sciences du vivant s'expriment en langue naturelle, mais les mathématiques y jouent un rôle croissant.

Un spot danois

10=44

- *„Une voiture roulant à 60 km/h double une voiture roulant à 50 km/h. Quand les deux sont côte à côte, un enfant apparait quelques mètres devant. Les deux conducteurs réagissent de façon indentique et leurs voitures ont des freins de même qualité. La seconde voiture s'arrête juste devant l'enfant tandis que l'autre la heurte avec une vitesse de 44 km/h. Sept enfants sur dix meurent dans un tel accident !“*
- Question : **Cela peut-il être vrai ?**

Modélisation et application des maths

- „A quoi peut bien servir cette partie des mathématiques ?“
- „Quelles mathématiques peuvent m'aider à résoudre ce problème ?“
- Modéliser, c'est :
 - Aller au-delà d'une vision applicative des maths.
 - Percevoir comment s'établit la mise en relation entre les systèmes en jeu.
 - S'interroger sur les fonctions de cette modélisation.
 - Exercer sur elle un travail de critique (a posteriori).
- Modéliser pour : décrire, expliquer, prédire, agir, contrôler ...

Processus de modélisation

- Découpage d'un segment de „réalité“
 - Choix de description
 - Mathématisation de la description
 - Travail dans le modèle
 - Confrontation à la contingence
- Et retour à l'une des trois premières étapes !

Le rapport au réel

- *La déraisonnable efficacité des mathématiques* (Wigner) : un modèle peut-il être explicatif et pourquoi peut-on prédire sans expliquer ?
- La modélisation est-elle une modalité de la science ou doit-on les distinguer nettement, à supposer que ce soit effectivement possible ?
- Appel à une rationalité externe
 - L'unique façon de critiquer une modélisation est d'en construire une autre fondée sur d'autres principes.
 - Appel à la rationalité externe, à la socio-diversité des points de vues et des lectures du monde.

Les yeux d'Uranie

- Quelque soit le rapport des mathématiques au réel, la croyance en ce rapport joue un grand rôle.
- Kepler, Einstein ... Récemment Lisi
- Physique, chimie, économie, biologie, neurosciences, géographie, danse, arts du cirque.
- Et marchés financiers dérivés.

Théories sous-déterminées

- Ajustement arbitraire du modèle aux observations : adaptations aux besoins de l'ingénieur. Le modélisateur pense son modèle perfectible, amendable, mais à même d'épouser asymptotiquement toute la réalité.
- S'extirper de toutes les hypothèses implicites du modèle est très ardu et n'est pas rendu nécessaire par les procédures de validation.
- Conséquences : modèles non réfutables, non intelligibles, non explicatifs.
- Contre-modèles (Kepler, Newton, Einstein).
- Si la logique et le calcul algébrique sont l'hygiène du modèle mathématique, là ne réside pas sa pertinence.

Expertise

- Les modèles sont multiples, les mathématiques polysémiques, mais les opinions ne sont pas arbitraires.
- *Il faut développer la modélisation concurrente. Des centres de modélisation indépendants mobilisés par des collectivités, des associations, des entreprises sont probablement la meilleure (la moins mauvaise) garantie pour les choix techniques importants.*

Le doute partagé

- Vivre avec l'acceptation du doute, en étant heureux de ce doute, un doute positif, constructif, vecteur de vie, un outil pour transformer le regard que l'on porte sur le monde, pour créer des ponts improbables.
- Le plus important dans un cheminement scientifique c'est le paysage que l'on découvre au bout du chemin, c'est de déplacer la question, de l'approfondir, de l'enrichir. Tout ceci peut être partagé.

The wild blue

- Richard Feynman - Remise du prix Nobel (1965)
 - Take a risk with your lives that you will not be heard of again, and go off in the wild blue yonder to see if you can figure it out.
- S'exposer à l'échec, à l'erreur, à l'expérience qui ne mène à rien, s'exposer à être vaincu dans une controverse.
- Condition nécessaire de la créativité et des idées neuves.

Maths et société : des exemples

- Espérance de vie, tests de QI, tests ADN, test HT21, empreintes génétiques ...
- Classements, recrutement, paradoxes (Condorcet, anniversaires, procureur, prix de l'anarchie, dilemme du prisonnier).
- L'acte politique est dans la question.
- Le mathématicien est un tricheur (magicien ?).
- Le monde est probabiliste, mais la culture reste emprunte de causalité. On cherche à identifier des causes, à substituer son propre cosmos au monde de l'expérience et à le dominer.