

MATHS et SOCIETE

Les maths ... où sont-elles et sont-elles nécessaires ?



Le citoyen doit-il se garder des maths ?

- Dès qu'une personne influente a une idée, elle la soumet à un sondage, à une enquête de marketing, à un referendum ... Le résultat, chiffré, devient la base voire même la justification de ses décisions futures.
- Doit-on laisser ainsi les nombres prendre prise sur nos vies ? Est-ce la meilleure façon de décider ?

Les maths, un danger ?

- Ceux qui possèdent une culture scientifique, peut-être portés par le sentiment de pouvoir appréhender de façon plus rationnelle une problématique, peuvent se laisser piéger par ce qu'ils espèrent être un reflet approximatif de la réalité et qu'ils ne cherchent pas à réfuter.
- On peut ainsi, en toute sincérité, convaincre grâce à un argument qui se révèle en fait faux et entraîner des décisions désastreuses, ou plus simplement donner de fausses idées sur une réalité complexe.
- Ceux qui au contraire sont réticents face à ces quantifications de « l'humain » sont parfois conduits à se résoudre à accepter ce que les médias appellent grossièrement des « chiffres » et peuvent alors passer du refus à la soumission totale, incapables de contester la validité de ces nombres, de les contrôler et d'appréhender ce qu'ils mesurent réellement.
- On peut se décharger de toute responsabilité, se dédouaner des décisions prises, en s'abritant derrière ces nombres obscurs mais inattaquables.
- Et je ne parle pas ici des manipulations volontaires !

Maths vs maths

- Comme le voit, ce ne sont pas les maths en elles-mêmes qui représentent un danger, c'est leur utilisation et leur compréhension.
- Pour contredire effectivement une information chiffrée, il faut comprendre plus que la simple arithmétique dont elle est issue : il faut savoir questionner, remettre en cause le raisonnement, voire même les postulats de base.
- Ainsi les maths permettent aussi de limiter leur propre champ d'action.
- Citons pour exemple cette phrase du grand mathématicien Henri Poincaré, à propos des calculs d'Alphonse Bertillon lors de l'affaire Dreyfus :

Aucune conclusion ne serait pour cela légitime, parce que l'application du calcul des probabilités aux sciences morales est comme l'a dit Auguste Comte, le scandale des mathématiques, parce que Laplace et Condorcet, qui calculaient bien, eux, sont arrivés à des résultats dénués de sens commun !

Les calculs de Condorcet

On demande aux Français, par voie de referendum :
« Voulez-vous un régime présidentiel, un régime parlementaire ou un régime d'assemblée ? »

Or parmi les 20 millions d'électeurs :
• 9 millions préfèrent le présidentiel, accepteraient le parlementaire mais refusent celui d'assemblée ;
• 6 millions préfèrent le parlementaire, accepteraient celui d'assemblée, mais refusent le présidentiel ;
• 5 millions celui d'assemblée, accepteraient le présidentiel mais refusent le parlementaire.

Que va-t-il se passer ?

Un peu plus tard, un homme politique influent parvient à faire poser dans un nouveau referendum la question suivante :
« Le peuple français est-il d'accord pour substituer le régime d'assemblée au régime présidentiel actuellement en vigueur ? »

Quelle sera la réponse à la question ?

Plus tard encore, un autre homme politique de poids fait organiser un troisième referendum sur le thème :
« Le peuple français préfère-t-il le régime parlementaire au régime d'assemblée ? »

Quelle sera la réponse à cette nouvelle question ?

On voit donc que le choix de la question est décisif ; c'est donc là que se situe l'acte politique crucial.
Un homme politique a donc tout intérêt à bien choisir la question qu'il souhaite poser. Et le citoyen se doit de réfléchir non pas seulement à la question posée, mais aussi aux autres choix qu'il aurait pu estimer possibles ...

Les résultats d'une élection ne permettent pas de savoir en profondeur ce que pensent les électeurs, pas même de connaître leurs préférences relatives. Ce simple fait réserve de nombreuses surprises !

Supposons que les électeurs se répartissent suivant le tableau suivant

1 ^{er} choix	2 ^{ème} choix	Pourcentage de voix
A	B	3%
A	C	37%
B	A	2%
B	C	33%
C	A	5%
C	B	20%

De sorte que A sera gratifié de 40% des voix, contre 35% à B et 25% à C. S'il n'y a qu'un tour, c'est donc A qui l'emporte.

Si maintenant on opère un second tour avec seulement deux candidats. Si A ou B se désistent, c'est C qui l'emporte avec 62% ou 58% des voix respectivement. Mais si c'est C qui se désiste, alors c'est B qui l'emporte avec 55% des voix.

On constate que **le vainqueur du premier tour est sûr de perdre au second !**

On voit donc ici l'importance des stratégies de désistement. Le mode de scrutin actuel ne permet pas de connaître des détails comme ceux fournis dans le tableau précédent. Certains sondages peuvent néanmoins donner des indications ... s'ils sont maniés avec précaution.

Un exemple concret ?

- Un pourcentage mesure le rapport d'une partie à un tout. Si on change le « tout », on change le sens du pourcentage : comparer le « score » d'un candidat à deux élections différentes n'a pas de sens.
- Ainsi lors de l'élection présidentielle de 2002, certains ont pu être frappés par la progression du Front National. Il y a pourtant de nombreux facteurs qui font que c'est une erreur de penser cela :
 - La liste des candidats n'était pas la même et, dans une compétition, le score de chacun dépend de ses opposants !
 - Le taux de participation était plus faible en 2002.
 - Le rapport entre le nombre de personnes ayant voté pour le Front National et le nombre **d'inscrits** est resté constant entre 1988, 1995 et 2002 : environ 11.5%.
- Il faut garder à l'esprit que les « chiffres » médiatisés représentent un classement (comme dans une course) et ils ne sont en aucun cas une description profonde.

Que disent les nombres ?

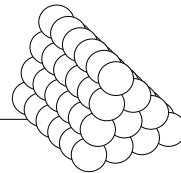
- Un pourcentage est une certaine forme de résumé, mais il est parfois essentiel de fournir plusieurs éclairages de la même situation, plusieurs résumés.
- Ainsi il est certainement plus parlant de rappeler que Lionel Jospin a obtenu 7 097 786 voix en 1995 contre 4 610 749 en 2002.
- Seul compte, pour gagner, le pourcentage de suffrages exprimés en faveur d'un candidat, mais si l'on veut comprendre les transformations de l'électorat, il faut tenir compte de tous les électeurs potentiels, c'est-à-dire de tous ceux qui sont inscrits sur les listes électorales (voire même de tous ceux qui sont en droit de voter, mais c'est une donnée difficile à obtenir).
- Ainsi, rapportés aux inscrits, les scores cités précédemment sont de 17.8% et de 11.2% respectivement : ce n'est pas le Front National qui a progressé, c'est le reste qui s'est effondré autour de lui !

Qu'est-ce qu'une information chiffrée ?

- C'est un choix de paramètres, un point de vue sur un problème, une façon plus ou moins opportune de décrire un problème et surtout c'est une indication en réponse à une **question précise et quantifiée**.
- En clair on répond mathématiquement à une question mathématisée.
- Nul besoin d'être scientifique ou « d'aimer les chiffres » pour acquérir le réflexe de questionner les chiffres !

Est-il nécessaire de tout démontrer ?

- Cette question a été posée aux bacheliers en 2004 lors de l'épreuve de philo.
- À titre d'exemple, en 1998 le mathématicien Thomas Hales a enfin démontré la « **conjecture de Kepler** », datant de 1611, à savoir que la façon la plus « dense » d'organiser des oranges sur un étal est celle qu'utilisent tous les marchands : en quinconce.
- Etait-ce nécessaire ?



A quoi servent les oranges ?

- Les retombées de cette démonstration sont multiples : par les concepts mis en œuvre et aussi par le fait que la démonstration ne parle pas d'orange, mais de sphères et que cet objet mathématique apparaît dans bien d'autres situations. A titre d'exemples, voici une courte liste évoquant les conséquences de la démonstration de la conjecture de Kepler par Thomas Hales.
 1. Les **phénomènes de croissance**. Cristaux, univers etc.
 2. La **structure des protéines**. Chaque sphère correspond à un acide aminé. Citons, comme utilisations, l'étude de la compressibilité des protéines, la détection des cavités à l'intérieur des protéines, l'étude des interactions entre résidus aromatiques etc.
 3. La **carapace d'une tortue** ou le **cou d'une girafe réticulée**.
 4. En **robotique**. Pour rechercher les plus proches voisins ou planifier le mouvement. C'est en particulier un ingrédient central en géométrie algorithmique.
 5. Pour les **codes correcteurs d'erreur** utilisés pour fiabiliser les lecteurs de disques compacts ou les transmissions de données par internet.
 6. Enfin, à l'intérieur des mathématiques, en **théorie des nombres** (fonctions θ , fonctions modulaires) et en **théorie des groupes** (comme l'étude du réseau de Leech en dimension 24, le phénomène du clair de lune, le groupe monstrueux de Fischer-Griess etc.).
-

Mais encore ?

- Bien sûr on peut se demander s'il faut tout démontrer dans la vie quotidienne, au risque de ne plus pouvoir avancer ...
 - Pour autant le questionnement est une attitude nécessaire et la démonstration en est un remède (en attendant la rechute !).
 - Même si individuellement il est utopiste de vouloir tout démontrer, que dire d'une société qui ne saurait justifier son *modus vivendi* ?
 - Les mathématiques sont une forme de questionnement et de compréhension du monde. Leur champ d'action est vaste et elles sont d'autant plus dangereuses qu'elles sont manipulées par des ignorants !
-

Mathématiques et pouvoir

- On pourrait probablement donner des milliers d'exemples illustrant les graves erreurs que commettent les medias et dont les conséquences sont lourdes, surtout quand elles se font le relais de manipulateurs.
 - Mais pour conclure, je préfère citer Condorcet, à propos de la politique
 - « *Nous voulons faire sentir toute l'importance et toute l'étendue d'une science [la politique] qu'on doit regarder encore comme presque nouvelle ; et qui ne peut faire de grands progrès qu'autant qu'elle sera cultivée par des hommes politiques qui joindront à une connaissance approfondie des sciences politiques, des talents pour la géométrie. »*
-