A stairway to heaven

François Sauvageot

30 mai 2003

1 Introduction

Les mathématiques sont souvent présentées comme un produit fini, aux enchaînements logiquement clairs. Pourtant le formalisme et les démonstrations ne sont que l'ultime étape de la recherche : ils constituent l'habillage du savoir. Le chercheur passe, quant à lui, par de nombres errances plus ou moins fertiles. Même si l'aboutissement, la découverte d'une vérité, est très souvent une délivrance et un grand moment de satisfaction, les chemins empruntés pour y arriver restent gravés dans la mémoire. Ils peuvent être eux aussi sources de plaisir et, parfois, de nouvelles théories.

L'exemple le plus frappant est peut-être le fait que presque tous les théorèmes d'analyse d'Augustin-Louis Cauchy sont en fait faux ! En effet il assimile continuité et uniforme continuité. Il faut retirer de cela deux choses : la première est que la continuité uniforme est une notion difficile et la seconde est que c'est à ces erreurs que l'on doit la découverte de la continuité uniforme.

Un autre exemple amusant est celui de Max Planck. Ici, point d'erreur. En fait c'est Planck lui-même qui est persuadé d'avoir commis une erreur en contredisant la loi de Stefan (de rayonnement du corps noir). Il l'est tellement qu'il abandonne à ses pairs, lors du congrès de 1900, le soin de trouver ses erreurs. Personne n'en trouvera et ce sera la naissance de la mécanique quantique !

Depuis Platon et jusqu'à la reconnaissance de l'existence du chaos, la quête de l'ordre et de la régularité dans l'univers a influencé de nombreuses théories physiques. L'explication de la distribution des distances planétaires est un bon exemple, c'est-à-dire l'explication de la relation entre le rang de la n^{e} planète et sa distance d_n au centre du système.

1. Dans l'antiquité grecque, c'est Plutarque (50-120) qui propose le premier une relation, selon une suite liées aux puissances de 3, en accord avec la vision pythagoricienne du monde.
2. Vers 200, Cassius Dio interprète les données obtenues par Ptolémée, dans son système géocentrique, grâce à des intervalles de musique. Ce n'est bien entendu pas très différent puisque c'est l'école pythagoricienne qui a influencé la définition de nos gammes de musique en mettant en jeu puissances de 2 et puissances de 3.
3. Vers 230 Hipolyte affirme que c'est une hérésie de penser qu'il n'y a pas d'ordre dans la distribution des planètes et met en jeu des puissances alternées de 2 et de 3.
4. Dans les temps modernes, c'est Johannes Kepler qui s'y intéresse pour la première fois dans un système héliocentrique. En 1596 il propose un agencement lié aux 5 solides platoniciens.

5. En 1766 Johann Titius de Wittenberg propose une loi géométrique, reformulée par Johann Bode, sous la forme $d_n = 0.4 + 0.3.2^n$. C'est cette loi qui a conduit les astrophysiciens à chercher de nouvelles planètes, quête qui connut un succès avec la découverte d'Uranus en 1781 et de Cérès (le plus gros astéroïde de la ceinture d'astéroïdes) en 1801.
6. En 1994, deux astrophysiciens français, Bérengère Dubrulle et François Graner, montrent qu'en fait une loi comme la loi de Titius-Bode résulte de deux symétries importantes : l'invariance d'échelle et l'invariance par rotation.

Uranus est donc la première planète à avoir été prédite. Mais ce n'est que la première. En effet Urbain Le Verrier, durant l'été 1845, cherche l'origine des perturbations observées pour la trajectoire d'Uranus. Il part de la loi de Titius-Bode pour deviner une nouvelle planète. Le 18 septembre 1846, il écrit à l'astronome Gottfried Galle à Berlin. Ce dernier reçoit la lettre le 23 septembre et il pointe le soir même sa lunette à l'endroit indiqué par Le Verrier et y voit Neptune ! Il répond à Le Verrier : « Monsieur, la planète dont vous nous avez signalé la position existe réellement ».

Il est à noter que les calculs de Le Verrier donnant les positions des planètes du système solaire ont été utilisés jusqu'en 1984 par les éphémérides officiels français.

Le Verrier espéra reproduire son exploit en étudiant le mouvement du périhélie de Mercure qui restait inexpliqué. Il introduisit une nouvelle planète, cette fois-ci entre Mercure et le Soleil, mais il n'arriva à aucune solution satisfaisante. C'est Albert Einstein qui donna la clef, par sa théorie de la relativité générale, en 1917.

A la fin du XX$^{\text{e}}$ siècle, on a découvert une « planète »entre Saturne et Uranus : Chiron, cette fois-ci grâce à la puissance des télescopes modernes.

2 Johannes Kepler (1571–1630)

Pour commencer, je vais vous parler de l'astronome et mathématicien du début du XVII$^{\text{e}}$ siècle, Johannes Kepler. C'est lui qui le premier a énoncé les lois qui régissent le mouvement des astres. En fait le mouvement de deux corps soumis uniquement à leurs attractions gravitationnelles est donné par les lois de Kepler. On parle souvent de mouvement Képlérien. Par contre on ne connaît pas les lois qui régissent plus de 2 corps (3, 4, ...) uniquement soumis à leurs attractions gravitationnelles respectives. Un progrès vient néanmoins d'être accompli par un mathématicien de Paris 7, cette année. Comme quoi ces problèmes difficiles sont toujours d'actualité.

Mais vous avez peut-être entendu parler récemment de Kepler puisqu'une fameuse conjecture (mathématique) portant son nom vient d'être démontrée en utilisant des moyens informatiques. Kepler était un homme de questionnement et il a laissé beaucoup de témoignages de ses investigations dans ses livres, notamment le « Songe »qui part d'un voyage imaginaire sur la lune et qui évoque au passage la forme des flocons de neige et où il énonce ce qu'on a appelé par la suite la conjecture de Kepler : la façon d'empiler des pshères (ou d'empiler des oranges) qui prend le moins de place est celle qu'utilisent les abeilles pour leurs ruches et tous les marchands d'agrumes : en quinconce.

Une fois encore on voit quel est l'objet des mathématiques. Un rêveur regarde le monde et se pose une question. Évidemment la résolution de cette question l'éloigne infiniment d'elle, mais c'est là l'abstraction. Cette abstraction qui peut sembler si futile (comme un dessin d'enfant, un poème ou un rayon de soleil) mais qui est le terreau de la création. Bien entendu les rêves de chacun prennent des formes différentes et les mathématiques n'en sont qu'une parmi tant d'autres. Derrière le besoin qu'ont certains mathématiciens de créer on trouve une soif insatiable, une quête éternelle.

Kepler est né myope et avec une polyopie anoculaire. C'est peut-être pour cette raison qu'il imagine le monde. À quatre ans, il dit à sa mère Katherine « Tu savais que même quand il fait très chaud en haut dans les airs, tout en haut il fait froid ! ». Sa mère le toise mais il se défend « Les oeufs de glace qui sont tombés... ils étaient froids. »

En fait Kepler est avant tout un mystique. Il entre en 1589 à l'Université de Tübingen alors que Galilée obtient la chaire de mathématiques de Pise. Son désir premier est de devenir prêtre car Tübingen est un des séminaires les plus importants de son temps, dirigé par des prêtres ayant connu personnellement Luther.

Son esprit ne parvient pourtant à se résoudre à croire au déterminisme (doctrine enseignée par Luther niant l'existence du libre-arbitre et soumettant tous les hommes à la volonté de Dieu) et ses dissertations ainsi que ses discussions avec ses professeurs trahissent ses incertitudes. Pour cette raison, en 1594, il est envoyé à Graz comme professeur de mathématiques de l'école protestante de la ville et mathématicien des états de Styrie.

Mais toute sa vie il cherche à approcher Dieu et sa création. C'est pourquoi il est fasciné par les astres mais aussi prompt à la mystique. Ainsi sa conclusion du Mysterium Cosmographicum est un hymne à l'Architecte de la plus parfaite œuvre : *Créateur du monde [...] pour reconnaître ta divinité dans ce vaste monde, étonné, je tournerai mon regard vers ta grande œuvre du vaste ciel, vers l'œuvre du grand artisan, vers le miracle de sa droite infaillible [...].*

Kepler n'est pas seulement mystique, il est docteur en théologie. Ainsi à l'heure où Galilée est mis en procès (1616), Kepler part défendre sa mère Katherina qui est accusée de Sorcellerie. En 1617 il deviendra son avocat et la sauve du bûcher. On ne peut pas en dire autant de Galilée qui perdit son procès (même si la peine fut très légère et accomplie par sa fille ...).

Arrêtons-nous quelques instants sur la comparaison entre ces deux hommes. Si Galilée est monté aux nues par la science moderne, comme précurseur de la dynamique et du mode de pensée scientifique, Kepler est oublié d'eux. Mais Galilée était avant tout un homme de pouvoir, un politique. Malgré (et peut-être en raison de) son génie, il fut haï de ses pairs. Galilée fut arrogant, un homme de cour, refusant de partager ses connaissances mais les clamant haut et fort. Ainsi il écrit à Kepler par anagramme (SMAISMRMILMEPOETALEUMIBUNENUGTTAURIAS). Alors que Kepler a toujours cherché à partager ses découvertes, expliquant jusqu'au chemin qu'il a suivi, Galilée louvoie et se protège. Et pourtant Kepler, malgré les vexations infligées par Galilée, n'a cessé de défendre les thèses du messager céleste et de les discuter. En cela il se fait, comme Evariste Galois le fut plus tard, l'apotre de la communication et de la transparence scientifiques, en opposition à ceux qui confondent science et pouvoir, science et secret ! Il est d'ailleurs le premier à reconnaître le génie des autres et à utiliser leurs découvertes : Copernic, Neper, Viète, Tycho Brahe etc.

Toujours est-il que le 9 juillet 1595, alors qu'il est en train de faire un cours à ses élèves, Kepler est soudainement frappé par une illumination. Il croit tenir entre ses mains le secret de la création de l'univers. Il écrit à ce propos : *Je ne pourrai jamais décrire avec des mots le plaisir que j'ai eu en faisant cette découverte.*

Depuis qu'il était étudiant, il avait toujours cherché la raison cachée derrière le nombre des planètes (six seulement était connues à l'époque : Mercure, Vénus, la Terre, Mars, Jupiter et

Saturne), leurs distances au soleil (il fut toujours un copernicien convaincu) et leurs vitesses. Comme le fera Titius quelques années plus tard il va même jusqu'à insérer des planètes « invisibles » pour rendre les proportions agréables, mais rien n'y fait.

3 Pavages du plan par des polygones réguliers

Que pouvait bien dire Kepler à ses étudiants pour songer tout à coup que les planètes et leurs positions sont liées aux cinq polyèdres réguliers ? Kepler était un géomètre, il pensait d'ailleurs que la géométrie a existé avant la création. Cette question, avec ou sans la mystique qui l'accompagne, est toujours d'actualité. Ainsi Einstein avait eu besoin d'imaginer un éther comme support du monde. La question qui se pose est la suivante : l'espace préexiste-t-il aux choses ? Peut-on voir l'espace comme un contenant et les choses comme un contenu ? Bref, est-il possible d'imaginer le vide ? C'est loin d'être une boutade puisqu'un colloque a eu lieu récemment où les physiciens se sont posé cette question. Si le vide est la superposition de la matière et de l'anti-matière (ce qui, mathématiquement, est une banalité) et si on peut séparer ces deux choses, alors on peut créer à partir du vide. Il y a donc une énergie dans le vide. En dehors de l'aspect science-fiction, présent par exemple dans un roman comme Hypérion de Dan Simmons, c'est là une question fondamentale qui est liée, entre autres, à la question de savoir si l'univers est en continuelle expansion ou s'il va un jour se rétracter sur lui-même et de nouveau donner lieu à un big bang.

Mais revenons à Kepler. Comme il prenait de nombreuses notes, on sait, grâce aux cahiers qui ont été préservé, notamment par Catherine de Russie, qu'il faisait des calculs sur les polygones réguliers et il y a fort à parier qu'il était en train d'expliquer que, même s'il existe des polygones réguliers ayant un nombre arbitraire de côtés, il n'en va pas de même si on espère pouvoir paver le plan avec. Ainsi tout carreleur sait que les mosaïques régulières sont formées de triangles, de carrés ou d'hexagones. Il n'y a pas d'autres possibilités. En effet soit P un polygône régulier à n côtés. Si T est un triangle élémentaire formé avec le centre O de P et deux de ses sommets consécutifs, l'angle en O vaut $2\pi/n$. Par conséquent l'angle en les autres sommets de T vaut $\pi(1-2/n)/2$ et donc l'angle en un sommet de P vaut $\pi(1-2/n)$. Pour que l'on puisse paver le plan il faut au minimum qu'un multiple entier de cet angle vaille 2π. Cela revient à exiger que

$$\frac{2}{1-\frac{2}{n}} = \frac{2n}{n-2} = 2 + \frac{4}{n-2}$$

soit entier et donc que $n-2$ divise 4. Ainsi $n-2$ doit être choisi parmi 1, 2 et 4, i.e. n vaut 3, 4 ou 6.

4 Le mystère du monde

Or donc voici à quoi Kepler se met à rêver. À cette époque on pensait que les corps célestes se déplaçaient sur des sphères, nommées orbes. Il écrit dans le Mystère du monde : *« J'attribue aux orbes eux-mêmes autant d'épaisseur que requièrent les mouvements d'approche et d'éloignement de la planète [puisque le mouvement d'une planète n'est pas circulaire]. Si les figures sont intercalées comme je l'ai dit, il faut que la surface intérieure de l'orbe supérieur s'identifie avec l'orbe circonscrit à la figure, et la surface supérieure de l'orbe inférieur avec l'orbe inscrit dans la* *figure ; quant aux figures, elles doivent être disposées dans l'ordre suivant : le cube entre Saturne et Jupiter, le tétraèdre entre Jupiter et Mars, le dodécaèdre entre Mars et la Terre, l'icosaèdre entre la Terre et Vénus, l'octaèdre entre Vénus et Mercure. »*

Kepler sait en effet que seuls existent cinq polyèdres réguliers (même si ce résultat n'a été démontré qu'en 1850 par Schläfli), les cinq solides de Platon. Notons que c'est bien ce que trouve Kepler à ceci près qu'il ne donne que les résultats calculés au millième.

Évidemment on connaît la suite de l'histoire ! Kepler a découvert les trois lois qui font sa renommée et ont balayé son rêve de jeunesse. Néanmoins, même après avoir publié son *Astronomie Nouvelle* en 1609 (un an avant le *Messager céleste* de Galilée) et son *Harmonie du monde* en 1619, c'est-à-dire même après avoir publié ses trois lois, Kepler réédite le Mystère du Monde tel quel. Bien sûr des notes apportent des commentaires et dénoncent ce qu'il sait être faux, mais cela montre à quel point ce rêve lui était cher et même, sûrement, qu'il n'aurait jamais découvert la loi des ellipses sans lui. Ainsi que l'écrit Arthur Koestler, *la mesure du génie de Kepler est l'intensité de ses contradictions, et l'usage qu'il en fait.*

Une autre façon de dire les choses à propos de Kepler est qu'il n'a pu donner la mesure de son génie qu'à travers sa ténacité à conduire ses calculs, une ténacité due au fait qu'il est guidé et même poussé par ses rêves. Il faut dire que Kepler est le précurseur de l'utilisation des logarithmes, de l'optique, de la cristallographie, du taitement des données redondantes (et donc, par là même, de l'analyse statistique des données).

Et, même s'il a « aimé »ses erreurs, il a toujours été en quête de vérité. C'est en refusant des erreurs de 8" d'arc entre sa théorie et les observations de Tycho Brahe, qu'il comprend enfin Mars et qu'il découvre ses trois lois. C'est parce qu'il ne voit que très mal et qu'il ne peut s'offrir un télescope de qualité (comme celui de Galilée par exemple !) qu'il développe sa théorie de l'optique géométrique.

On a longtemps cru que Kepler était un mauvais calculateur. C'est complètement erroné. Et c'est même en cherchant à comprendre pourquoi on a cru cela qu'on a finalement compris les calculs qu'a menés Kepler et, à travers eux, son génie pur et simple.

5 Les cinq solides platoniciens

On peut se demander, à la suite de ces considérations, pourquoi il n'y a que cinq polyèdres réguliers. Soit donc P un tel polyèdre. Notons S son nombre de sommets, A son nombre d'arêtes et F son nombre de faces. Puisque le polyèdre est régulier c'est que chacune de ses faces est un polygone régulier, disons à n côtés, et que chaque sommet appartient à un nombre constant de faces, disons m.

En comptant le nombre de couples (a, f) formés d'une face f et d'une arête a lui appartenant, on obtient

$$2\mathrm{A} = n\mathrm{F}$$

puisque chaque arête appartient à deux faces et que chaque face contient n arêtes. Si on s'intéresse aux couples (s, f) formés d'une face f et d'un sommet s lui appartenant, on trouve

$$n\mathrm{F} = m\mathrm{S}$$

puisque chaque sommet appartient à m faces et que chaque face contient n sommets.

Remarquons enfin que les trois nombres S, A et F vérifient toujours (même si le polyèdre n'est pas régulier) la relation (dite formule d'Euler)

$$\mathrm{S} - \mathrm{A} + \mathrm{F} = 2 \; .$$

Avant de démontrer cela, expliquons comment conclure : en divisant par 2A la relation S+F=2+A, on trouve, pour un polyèdre régulier

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{A} + \frac{1}{2} \; .$$

Par définition de m et n, chacune de ces quantités est supérieure à 3 et, puisque A est strictement positif, m et n ne peuvent être chacun supérieur à 4. Par conséquent l'un d'eux vaut 3 et on se retrouve avec l'équation

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{6} + \frac{1}{A}$$

où k est soit m, soit n. Donc k est inférieur strictement à 6. On trouve donc cinq possibilités pour les couples (m, n) à savoir $(3, 3)$ (le tétraèdre), $(3, 4)$ (le cube), $(4, 3)$ (l'octaèdre), $(3, 5)$ (le dodécaèdre) et $(5, 3)$ (l'icosaèdre).

Revenons à la démonstration de la formule d'Euler. Pour cela projetons le polyèdre à partir d'un point s extérieur au polyèdre, proche d'une face f, sur un plan parallèle à cette face (mais situé de l'autre côté de la face par rapport à lui). Par convexité du polyèdre régulier, tout segment joignant s à un point du polyèdre coupe la face f et, toujours par convexité, ceci montre que l'image du polyèdre par la projection stéréographique précédente est un polygone (l'image de f) découpé par d'autres polygones (les images des autres faces). On obtient en fait F-1 petits polygones, comportant en tout A arêtes et S sommets.

Notons k le nombre de sommets de la face f, i.e. du grand polygone extérieur. La somme de tous les angles de tous les polygones est égale à

$$(\mathrm{S} - k)2\pi + k\pi \left(1 - \frac{2}{k}\right) = \pi(2\mathrm{S} - k - 2) \; .$$

De plus si on note f_i le nombre de faces formées de polygones à i côtés, la somme précédente peut se calculer à partir de chacun des petits polygones et on trouve

$$\sum_i (f_i - \delta_{i,k}) i\pi \left(1 - \frac{2}{i}\right) = \pi(2\mathrm{A} - k - 2\mathrm{F} + 2)$$

et la formule d'Euler en résulte par comparaison.

6 La loi de Titius-Bode (1772 et 1778)

Dans un ordre d'idées totalement différent, Johann Titius de Wittenberg crut lui aussi trouver une loi régissant l'agencement des planètes dans l'espace. Elle fut publiée six ans plus tard par Johann Bode et prétend que la n^{e} planète se situe à la distance $d_n = 0.4 + 0.3 \times 2^{n-2}$ unités astronomiques du soleil (avec $n = -\infty$ pour Mercure).

Voici un tableau donnant les valeurs observées et celles prédites par Titius et Kepler. L'unité est l'U.A. i.e. la distance moyenne de la Terre au Soleil. On a également indiqué la meilleure approximation « moderne », à savoir 0.21×11.8^n.

Planète	d_n	n	Kepler	n	Titius	n	Moderne
Mercure	0.39	1	0.4	$-\infty$	0.4	1	0.36
Vénus	0.72	2		2	0.7	2	0.63
Terre	1	3		3	1	3	1.09
Mars	1.52	4		4	1.6	4	1.88
Cérès	2.9			5	2.8	5	3.25
Jupiter	5.2	5		6	5.2	7	5.63
Saturne	9.54	6		7	10	8	9.73
Uranus	19.18			8	19.6	10	16.85
Neptune	30.10			9	38.8	11	27.65
Pluton	39.5			10	77.2	12	50.43

et il faudrait rajouter Chiron et la seconde ceinture d'astéroïdes ...

Titius, tout comme Kepler, ne connaissait que six planètes. Et, grâce à Neper mais aussi surtout à Kepler, il savait utiliser les logarithmes. Aussi, constatant que la distance d_n croît rapidement en fonction de n, il a l'idée de chercher une relation linéaire entre, non pas n et d_n, mais entre n et $\log(d_n)$. En traçant le nuage de points correspondant il trouve que les points représentant les quatre premières planètes sont situés sur une même droite tandis que les deux suivants sont sur une droite parallèle ! Il a ainsi l'idée d'insérer, tout comme l'avait fait Kepler avant lui, une planète pour satisfaire une véritable relation linéaire. Et de fait, en supposant que Jupiter est la sixième planète (et Saturne la septième), tous les points du nuage sont alignés.

C'est ainsi que Titius et Bode prédirent l'existence d'une planète entre Mars et Jupiter. En 1801 on crut voir dans le ciel un astre inconnu mais on n'eut pas le temps de l'observer plus avant. Grâce à de savants calculs menés par Gauß, on arriva à prédire où il devait apparaître en la fin de l'année 1801 et on y trouva effectivement ce qui fut nommé Cérès. En fait cette planète est l'un des nombreux astéroïdes formant la ceinture d'astéroïdes entre Mars et Jupiter.

Une fois encore le rêve a rejoint la réalité. En effet la découverte d'Uranus confirma la loi de Titius-Bode, mais celle de Neptune et Pluton l'infirma.

Les outils actuels permettent de se poser diverses questions sur cette loi. La première est de savoir quelle est la meilleure droite passant par le nuage de points $(n, \log(d_n))$. Le mot meilleur est évidemment à prendre avec des pincettes mais il est d'usage en statistiques de chercher la droite des moindres carrés, i.e. la droite minimisant la somme des carrés des écarts verticaux entre les points observés et la droite.

Il y a une raison à cela ! Il serait technique de l'expliquer, mais on peut dire que c'est lié à la loi des grands nombres, qui donne le comportement asymptotique d'une erreur « aléatoire ». Notons au passage que l'on ne minimise pas la somme des carrés des distances à la droite ...

Toujours est-il que cette droite admet approximativement pour équation $\log(d_n) = 0.54n + 3.43$ et donc $d_n = 10.7 \times 1.7^{n-2}$. C'est assez loin de la formule de Titius et Bode.

Par contre si on trace d_n en fonction de 2^{n-2} et que l'on cherche la droite des moindres carrés, on trouve cette fois-ci $d_n = 0.29 \times 2^{n-2} + 0.39$ ce qui est bien la loi de Titius-Bode.

7 Références

Johannes Kepler, *Le secret du monde*, traduction d'Alain Segonds, Les Belles Lettres, Paris, 1984

Max Caspar, *Kepler*, translated by C. Doris Hellman, Dover, New York, 1993
Arthur Koestler, *The Sleepwalkers*, Penguin books, 1959
Henriette Chardak, *Kepler, le chien des étoiles*, Librairie Séguier, Paris, 1989
Bérengère Dubrulle et François Graner, *Titius-Bode laws in the solar system*, Astronomy and Astrophysics 282, pages 262–268, 1994
Norreddine Mahammed, *Histoire des équations algébriques*, Diderot éditeur, Paris, 1998
Marcel Berger, *Géométrie I et II*, Nathan, Paris, 1990
Claudine Robert, *L'empereur et la girafe*, Diderot éditeur, Paris, 1995

A stairway to heaven – François Sauvageot

On peut dire que l'objet des mathématiques c'est d'étudier les êtres abstraits, mais pourquoi ? Les raisons sont aussi nombreuses que les mathématiciens ! Comprendre le monde, être en harmonie avec lui ... Le mathématicien cherche avant tout à abstraire la réalité, à la modéliser pour la comprendre, la contempler dans son intimité, mais pas pour la dominer. Les mathématiques sont avant tout un art même si leur apport technique est sans aucun doute une réalité quotidienne.

Qu'est-ce que faire des mathématiques ? C'est avant tout rêver, rêver que l'esprit peut appréhender l'intangible. Cette activité est bien loin du discours rationnel que l'on prête trop souvent aux mathématiciens. Mais il faut se garder de cette première image. Comme en art copier un tableau de Picasso, n'est pas être Picasso. Considérer un tableau comme une oeuvre achevée, comme un aboutissement technique, c'est passer à côté de la réalité du peintre pour se contenter de la peinture !

« Si mes figures fausses approchèrent la réalité, c'est par pure chance. Cependant cela me fait plaisir de me souvenir combien de détours j'ai dû emprunter, le long de combien de murs j'ai dû grimper dans l'obscurité de mon ignorance jusqu'à ce que je trouve la porte qui laisse passer la lumière de la vérité. C'est de cette façon que j'ai rêvé de la vérité. »

Johannes Kepler

Les mathématiques ont aussi des aboutissements, ceux que l'on enseigne et qui donnent parfois une image figée de ce qu'elles sont. Mais c'est bien de cela dont il s'agit : d'une image figée, morte pourrait-on dire. Car, semblables en cela à une barrière de corail, les mathématiques s'appuient sur leur histoire, sur ce qui les ont précédées, pour continuer à vivre.

Une branche des mathématiques où tout semble avoir été compris est une branche morte ! Bien sûr on continue de l'enseigner pour montrer ce qui a été vu par d'autres, mais personne ne continue de chercher dans cette direction. C'est ce qui explique l'incrédulité de tous ceux qui, même en se destinant à une carrière scientifique (comme des ingénieurs par exemple), n'arrivent pas à imaginer que l'on puisse encore être chercheur en mathématiques aujourd'hui et que parfois on trouve de nouvelles choses !

« Quoique les mathématiques apparaissent de nos jours comme un produit fini, aux enchaînements logiquement clairs (ou supposés comme tels) il n'en demeure pas moins que la recherche et la production mathématiques [ne s'élaborent et ne progressent qu'en liaison avec la pratique]. Autrement dit, l'aspect hypothético-déductif et le formalisme du discours mathématique ne constituent que l'ultime étape du processus de théorisation de la connaissance mathématique ; en fait ils n'en constituent souvent que l'habillage. »

Norreddine Mahammed

On évoquera dans cette promenade l'apport des erreurs en mathématiques, qu'elles soient de vraies erreurs, de fausses erreurs, qu'elles soient ferments d'une nouvelle idée ou au contraire un rêve dont on a du mal à se débarrasser. Au cours de l'exposé, seront évoqués Johannes Kepler, Johann Titius, Augustin-Louis Cauchy, Max Planck, Albert Einstein, à la lumière de la science actuelle.