

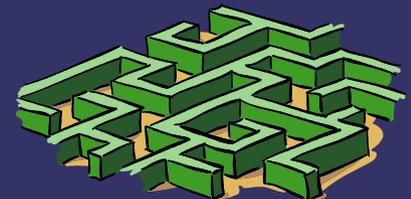
A GPS satellite is shown in orbit above the Earth. The satellite has a yellow body and two large solar panel arrays. The Earth's surface is visible below, showing blue oceans and white clouds. The text "AUTOUR DU GPS" is overlaid on the image in a white, serif font.

AUTOUR DU GPS

**François Sauvageot
Lycée Clemenceau - Nantes**

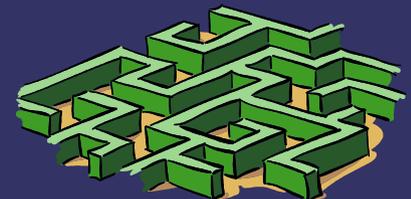
MISE EN PLACE DU GPS

- ➔ Le système GPS : connaître sa position avec une précision de quelques mètres.
- ➔ 24 satellites équipés d'horloges atomiques en orbite autour de la Terre à 20184 km d'altitude.
- ➔ Chaque satellite émet en permanence des signaux, diffusant ainsi sa position et l'heure qu'indique son horloge au moment de l'émission.



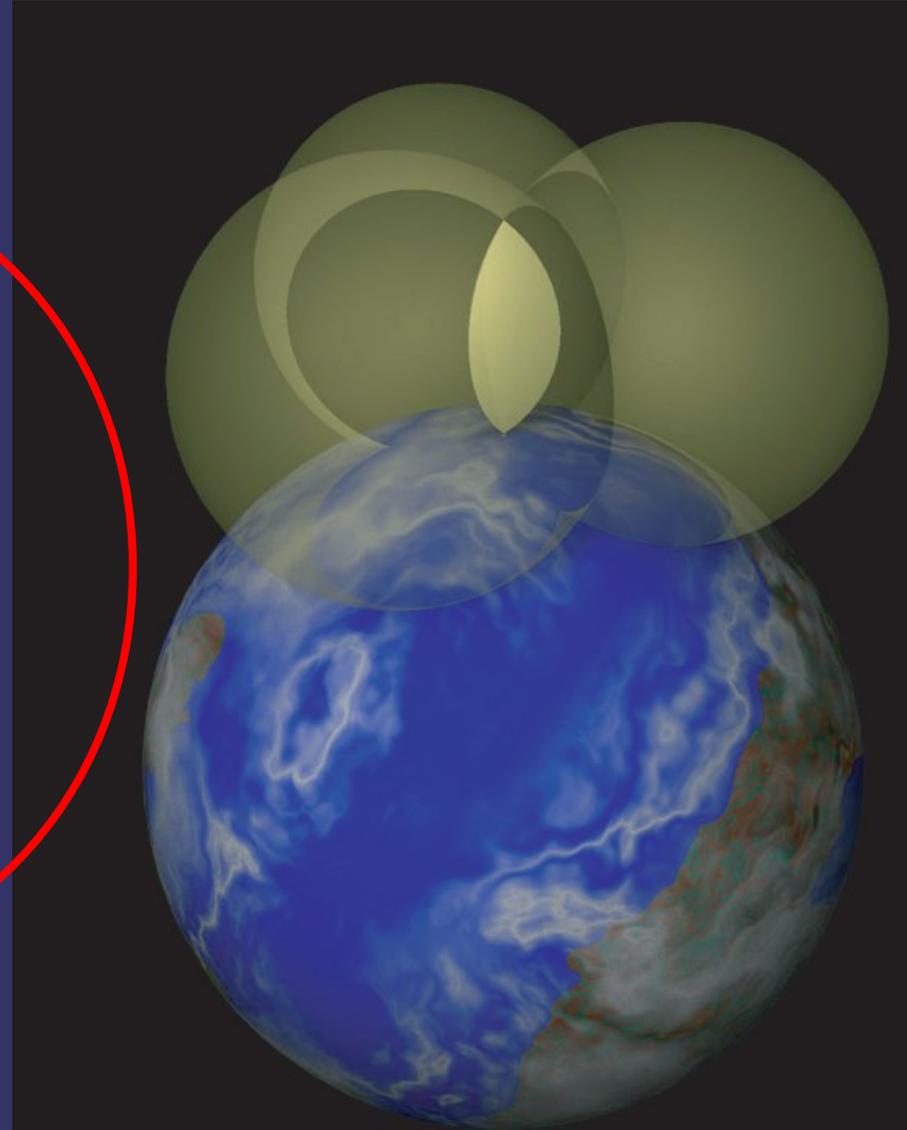
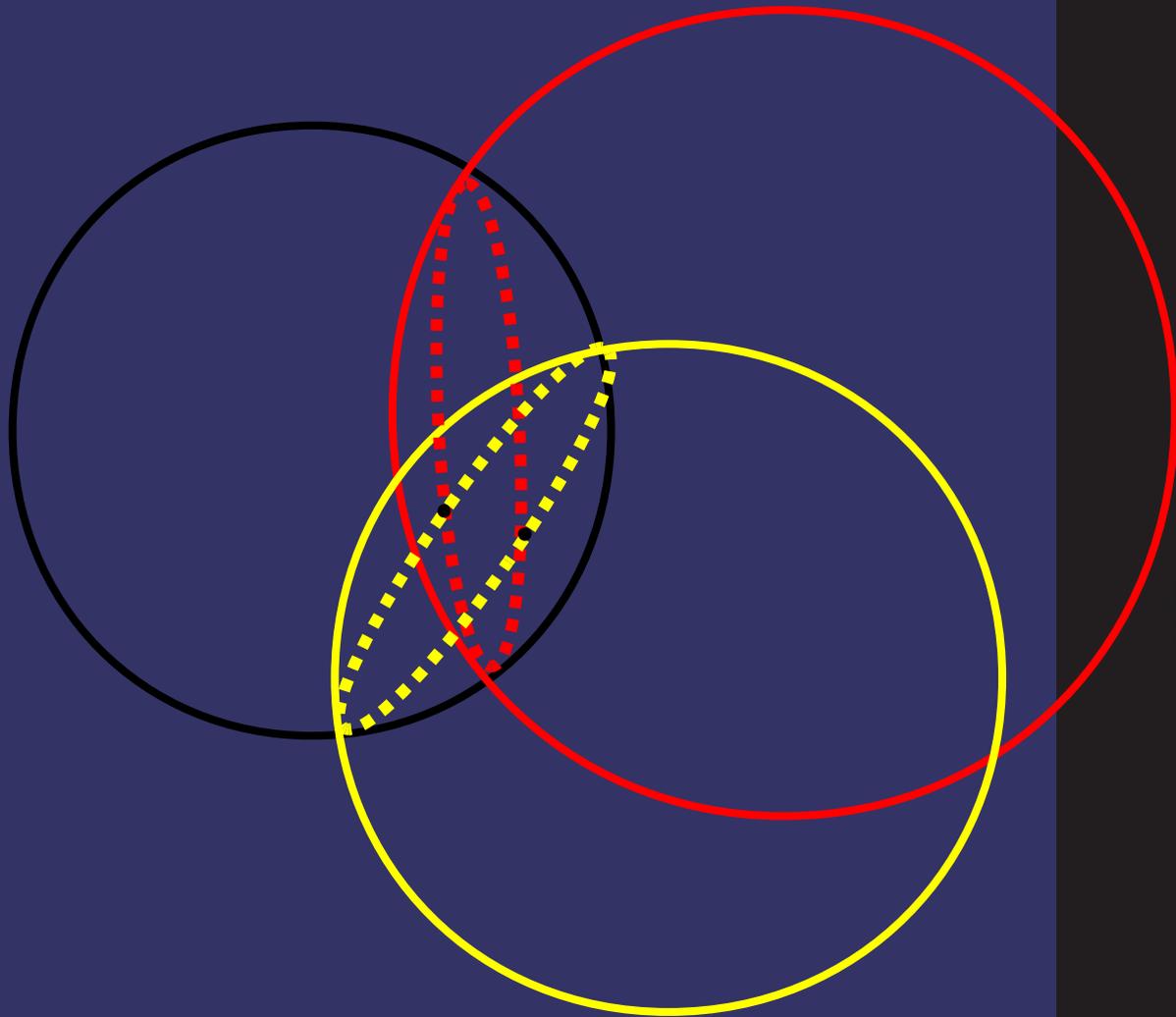
CALCUL DE LA POSITION

- ➔ Distance difficile à estimer. On lui préfère le temps que met la lumière à arriver.
- ➔ Au sol, un récepteur ayant connaissance de l'heure exacte peut calculer le temps que le signal a mis pour arriver (quelques centièmes de seconde).
- ➔ Signaux d'au moins trois satellites : déterminer la position, i.e. longitude, latitude, altitude .



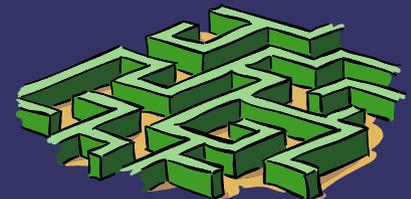
PRINCIPE

- En général, trois sphères ont exactement deux points communs.



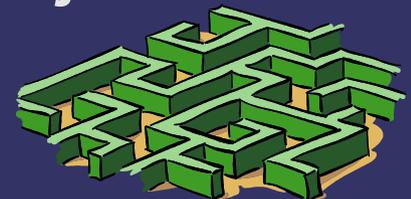
PRÉCISION REQUISE

- ➔ Satellites embarquant des horloges atomiques à haute performance.
- ➔ Placement très précis sur orbite des satellites.
- ➔ Surveillance des satellites en permanence par cinq stations de contrôle pour rester parfaitement synchronisés : envoi régulier d'instructions afin de recalibrer les horloges atomiques.



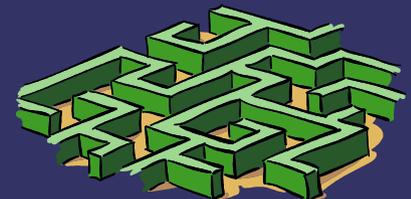
CORRECTION DES ERREURS

- ➔ En général, l'heure du récepteur est insuffisamment précise : erreur d'un millionième de seconde (dérive journalière des meilleures horloges à quartz) → incertitude de 300 m sur la mesure de distance.
- ➔ Réception des signaux d'un quatrième satellite pour caler l'horloge du récepteur avec précision.
- ➔ Chaque récepteur capte presque toujours les signaux de quatre satellites.



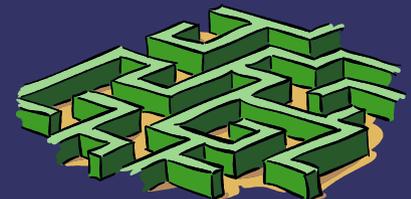
CORRECTION RELATIVISTE

- ➔ Champ de gravitation de la Terre : attraction, retard des horloges.
- ➔ Relativité générale (Albert Einstein, Bernhard Riemann) : deux horloges atomiques identiques, l'une au sol, l'autre embarquée à bord d'un satellite, battent à des fréquences légèrement différentes.
- ➔ Dérive quotidienne de 38,5 millionnièmes de seconde. Prise en compte indispensable pour la synchronisation.



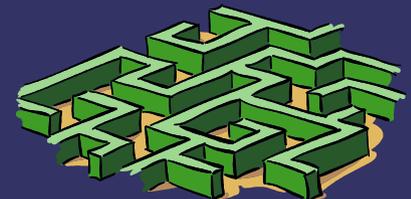
CORRECTION ORBITALE

- ➔ Orbite non parfaitement circulaire : altitude et vitesse varient périodiquement.
- ➔ Relativité générale : variations d'une vingtaine de milliardièmes de seconde de l'horloge du satellite.
- ➔ Cet écart pourrait causer une erreur de plusieurs mètres sur le calcul de la position.



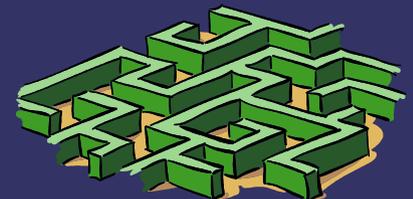
EFFET DES ERREURS

Phénomène	Ecart en temps	Ecart en distance
Bruit de la mesure	1 ns	30 cm
Incertitude sur la position du satellite	1 ns	30 cm
Dérive d'une horloge atomique embarquée	5 ns / jour	1,50 m
Corrections relativistes pour orbites non-circulaires	20 ns	6 m
Dérive d'une horloge à quartz	1 s / jour	300 m
Retard des horloges dû au champ gravitationnel	38,5 s / jour	1,16 km



ESPACE-TEMPS

- ➔ Découverte de la vitesse de la lumière par Römmmer grâce aux satellites de Jupiter.
- ➔ Lien avec les radars : mesures de distance, d'angle ou de vitesse.
- ➔ Présentation de l'effet Doppler, lien avec Römmmer, mise en garde sur les couplages distance/vitesse.



GÉOMÉTRIE

⇒ Dans l'espace

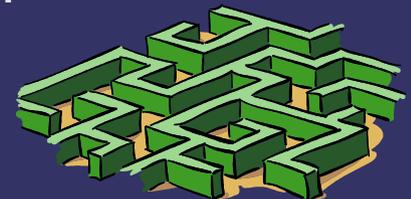
- sphères
- plans tangents
- rotations

⇒ Dans le plan

- coniques
- modèle d'espace-temps, étude de l'effet Doppler, étude de la découverte de Römmer
- trigonométrie

⇒ Cinématique

- modèles : Hipparque, Ptolémée, Copernic, Kepler
- composition des mouvements
- formules de trigonométrie
- ouverture vers les séries de Fourier.



STATISTIQUES ET GÉOMÉTRIE

⇒ Désintégration atomique

⇒ Tests d'hypothèse, χ^2

- GPS

$$\min_{x,y} \sum_i \left(t + \frac{\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}}{c} - t_i \right)^2$$

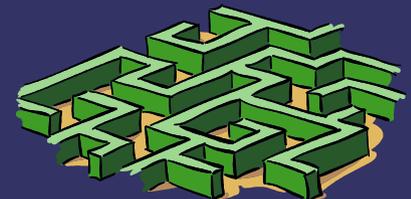
- Radar

$$\min_{x,y} \left(\sum_i \frac{\left(\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} - d_i \right)^2}{\sigma_i^2} + \sum_j \frac{\left(\text{Arc tan}(y-y_j, x-x_j) - \theta_j \right)^2}{\sigma_j^2} \right)$$

⇒ Introduction aux intervalles de confiance

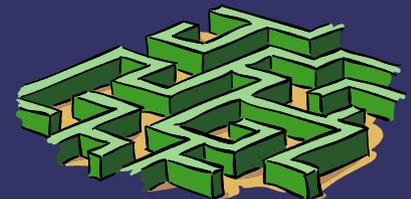
⇒ Ellipses de confiance (hessienne)

⇒ Notion de degrés de liberté



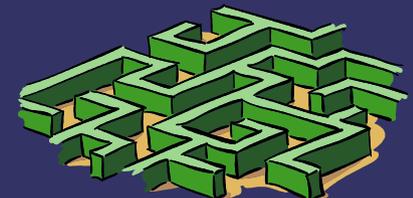
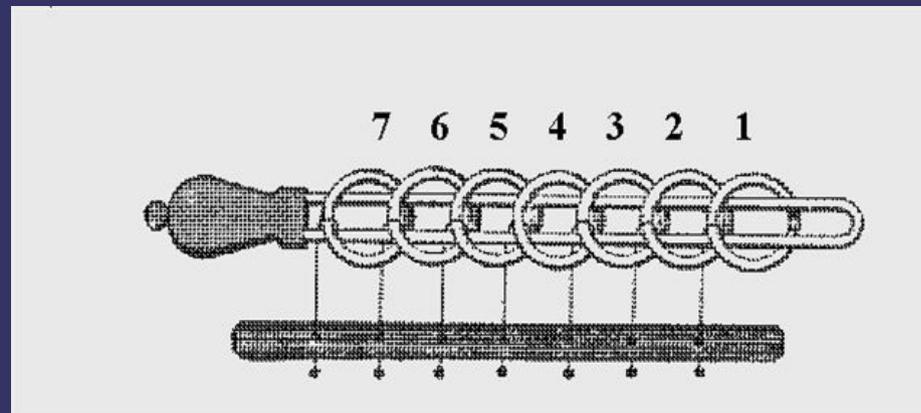
THÉORIE DE L'INFORMATION

- ⇒ Structuration mathématique
- ⇒ Construction de modèle
- ⇒ Thèmes connexes :
 - Théorie des codes, arithmétique, permutations
 - Fonctions, transformations
 - Transmissions, envoi & réception
- ⇒ Même si l'information peut se ramener à des nombres, il y a un profond besoin de montrer des situations non numériques : les maths ne doivent pas être restreintes à la science des nombres !



EXEMPLES

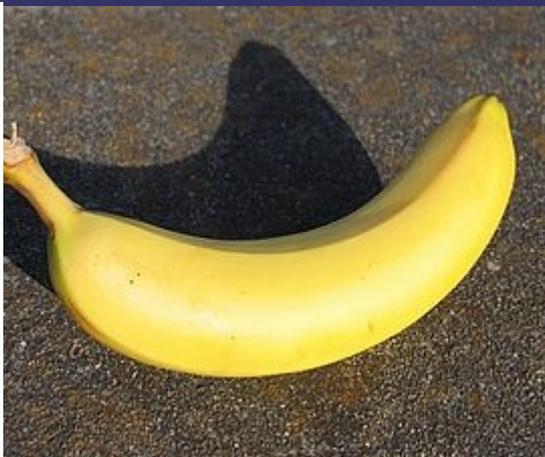
- ➔ Dérive du baguenodier vers la numérotation des disques durs en utilisant puzzles & outils Zome :
 - Interprétation géométrique via l'écriture binaire
 - Cubes & hypercubes, un aperçu de l'espace-temps
 - Circuit hamiltonien sur un cube



MAGIE AUTOMAT(H)IQUE

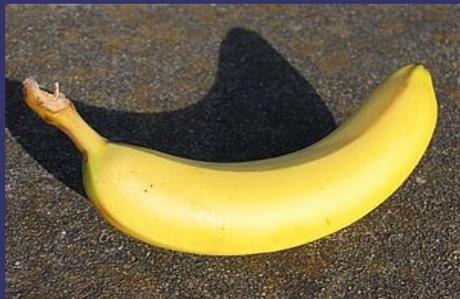


- ➔ Mettre des châtaignes & deux fruits sur une table et faire deux groupes.
- ➔ Chaque groupe commence par recevoir des châtaignes et ensuite choisit un fruit.
- ➔ Selon le fruit pris, chaque groupe peut prendre plus ou moins de châtaignes supplémentaires.



En voyant le nombre de châtaignes restantes, deviner quel groupe a pris quel fruit.

MISE EN SCÈNE



$$9 - (1 + 2) - (2 \times 2 + 1 \times 1) = 1$$

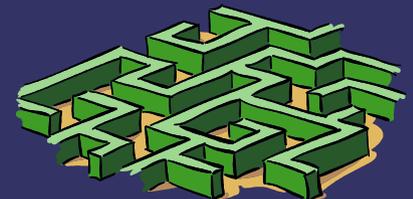
Fruit 1 → Groupe 1

$$9 - (1 + 2) - (2 \times 1 + 1 \times 2) = 2$$

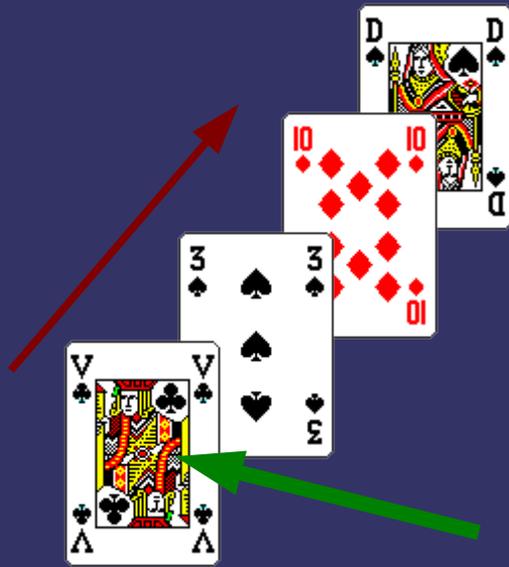
Fruit 1 → Groupe 2

EXTENSION

- ⇒ 3 groupes, 3 fruits, 24 châtaignes.
- ⇒ 1, 2 ou 3 châtaignes au départ.
- ⇒ Une, deux ou quatre fois le nombre initial de châtaignes.
- ⇒ Reste 1, 2, 3, 5, 6 ou 7.
- ⇒ Fonctions injectives
- ⇒ Numération : $\sum n_i 2^i$?
- ⇒ Approximer ou mémoriser ?



CODAGE DE L'INFORMATION



- ➔ Dans une file chacun voit la carte de ceux devant lui/elle mais ni la sienne ni celles de ceux derrière.
- ➔ Chacun doit deviner sa propre carte, en commençant par le dernier de la file...
- ➔ Deviner seulement si la carte est rouge ou noire, ou sa couleur. Restreindre aux cartes de 1 à 10.
- ➔ Stratégie individuelle vs. collaborative.
- ➔ Analyse probabiliste vs. Stratégie probabiliste.
- ➔ Dans une stratégie probabiliste, la moyenne est importante, mais l'écart-type aussi !



MERCI DE VOTRE ATTENTION !

