

Semaine 14 – 23/01 – 27/01

MPSI, chapitres 1 à 8 – Révisions

9 Variables aléatoires

1. Procédés de sommation discrets : sommabilité, théorème de FUBINI-TONELLI discret, sommation par paquets, produit de familles sommables, produit de CAUCHY.
2. Variable aléatoire discrète réelle sommable, système quasi-complet d'événements, espérance d'une variable aléatoire réelle discrète sommable. Espace $\mathcal{L}^1((\Omega, \mathcal{A}, \mathbf{P}), \mathbf{C})$. Linéarité, positivité et croissance de l'espérance. Inégalité triangulaire, comparaison. Variables centrées. Espérance d'une variable entière $\sum_{n=1}^{+\infty} \mathbf{P}(X \geq n)$.
3. Formule de transfert pour $\mathbf{E}(f(X))$.
4. Variance, moments, écart-type, formule de KÖNIG-HUYGHENS. Variables réduites. Exemples : $\mathcal{P}(\lambda)$, $\mathcal{G}(p)$.
5. Inégalité de CAUCHY-SCHWARZ, espace $\mathcal{L}^2((\Omega, \mathcal{A}, \mathbf{P}), \mathbf{R})$.
6. Inégalités de concentration : MARKOV, BIENAYMÉ-TCHEBYCHEV

$$\mathbf{P}(X \geq a) \leq \frac{\mathbf{E}(f(X))}{f(a)} \quad \text{et} \quad \mathbf{P}(|X - \mathbf{E}(X)| \geq \varepsilon) \leq \frac{\mathbf{V}(X)}{\varepsilon^2}.$$

10 Séries de fonctions

1. Modes de convergence : convergence simple, uniforme, normale, sur un voisinage, sur les segments. Continuité de la limite/somme. Convergence sur les segments. Double limite.
2. Séries géométrique et exponentielle dans une algèbre normée : continuité.
3. Intégration et dérivation : limite/somme et convergence uniforme, fonctions de classe C^k . Dérivation de $t \mapsto \exp(ta)$ pour a dans une algèbre normée.
4. Étude de fonctions définies par des séries.

11 Géométrie (euclidienne)

1. Espaces euclidiens : adjoint, automorphismes orthogonaux, isométries vectorielles. Groupe orthogonal : $\mathcal{O}(E)$, $\text{SO}(E)$. Caractérisation des isométries vectorielles. Isométries directes.
2. Groupe orthogonal : $\mathcal{O}_n(\mathbf{R})$, $\text{SO}_n(\mathbf{R})$. Caractérisation des matrices orthogonales. Orientation d'un espace vectoriel, d'un espace euclidien, rotations.

La réduction des automorphismes orthogonaux n'a pas été étudiée.

Groupe de colles :

Interrogateur(trice) :

Nom	Énoncés
Note	Commentaires
Nom	Énoncés
Note	Commentaires
Nom	Énoncés
Note	Commentaires