

## Semaine 8 – 21/11 – 25/11

MPSI, chapitres 1 à 3 – Révisions

### 4 Réduction (groupes et géométrie affine)

1. Vecteur propre, valeur propre, spectre. Somme directe d'espaces propres.
2. Exemples : exponentielles, suites géométriques, suites récurrentes linéaires d'ordre 2.
3. Sous-espace stable, endomorphisme induit.
4. Exemples : caractérisation des homothéties, endomorphismes de rang 1.
5. Cardinal du spectre.
6. Expression matricielle et changement de base : effet sur les espaces propres, conservation du spectre.
7. Diagonalisabilité. Critère  $\sum_{\lambda \in \text{Sp}(u)} \dim(E_\lambda) = \dim(E)$ . Cas de  $n$  valeurs propres distinctes.
8. Polynôme caractéristique, multiplicités des valeurs propres. Trace et déterminant. Restriction à un sous-espace stable. Critère de diagonalisabilité :  $\chi_u$  scindé et  $\forall \lambda \in \text{Sp}(u) \dim(E_\lambda) = m_\lambda$ .
9. Théorème de CAYLEY-HAMILTON, théorème de décomposition des noyaux.
10. Sous-espace caractéristique.
11. Trigonalisabilité, endomorphisme nilpotent. Critère de trigonalisabilité, cas où le corps de base est  $\mathbf{C}$ . Critère de nilpotence.

### 5 Calcul intégral

1. Rappels d'intégration sur un segment : fonctions en escalier, fonctions continues par morceaux, sommes de RIEMANN.
2. Intégration des fonctions positives sur un intervalle : intervalles exhaustifs, intégrabilité locale, relation de CHASLES. Caractérisation de la fonction nulle.
3. Intégrales semi-convergentes : linéarité, positivité, croissance, dérivation par rapport à une borne. **Aucune virtuosité n'est attendue.**
4. Intégrabilité : linéarité, positivité, croissance, inégalité triangulaire. Relation de CHASLES. Critères de comparaison et sommation des relations de comparaison.
5. Techniques de calcul : limite, somme de série, primitivation, intégration par parties, changement de variable pour les fonctions continues sur un segment, changement de variable de classe  $C^1$  bijectif.

Groupe de colles :

Interrogateur(trice) :

Nom	Énoncés
Note	Commentaires
Nom	Énoncés
Note	Commentaires
Nom	Énoncés
Note	Commentaires