

LOIS DES
MARIAGES
ET
THEORIE DES
GROUPES

Sommaire

I - Introduction historique et présentation du problème des mariages.

II - Groupes et exemples.

III - Mariages à l'australienne.

Charles Bourbaki

(1816-1897)



Nicolas Bourbaki



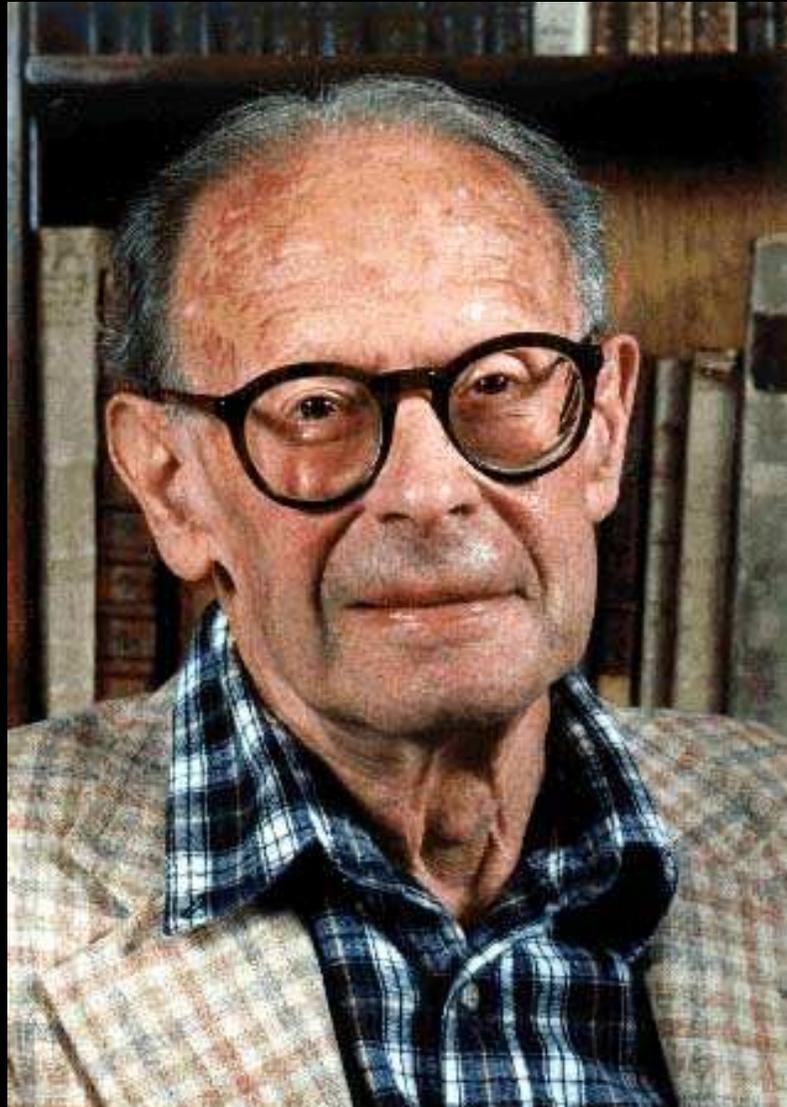
Henri Cartan

(1904-2008)



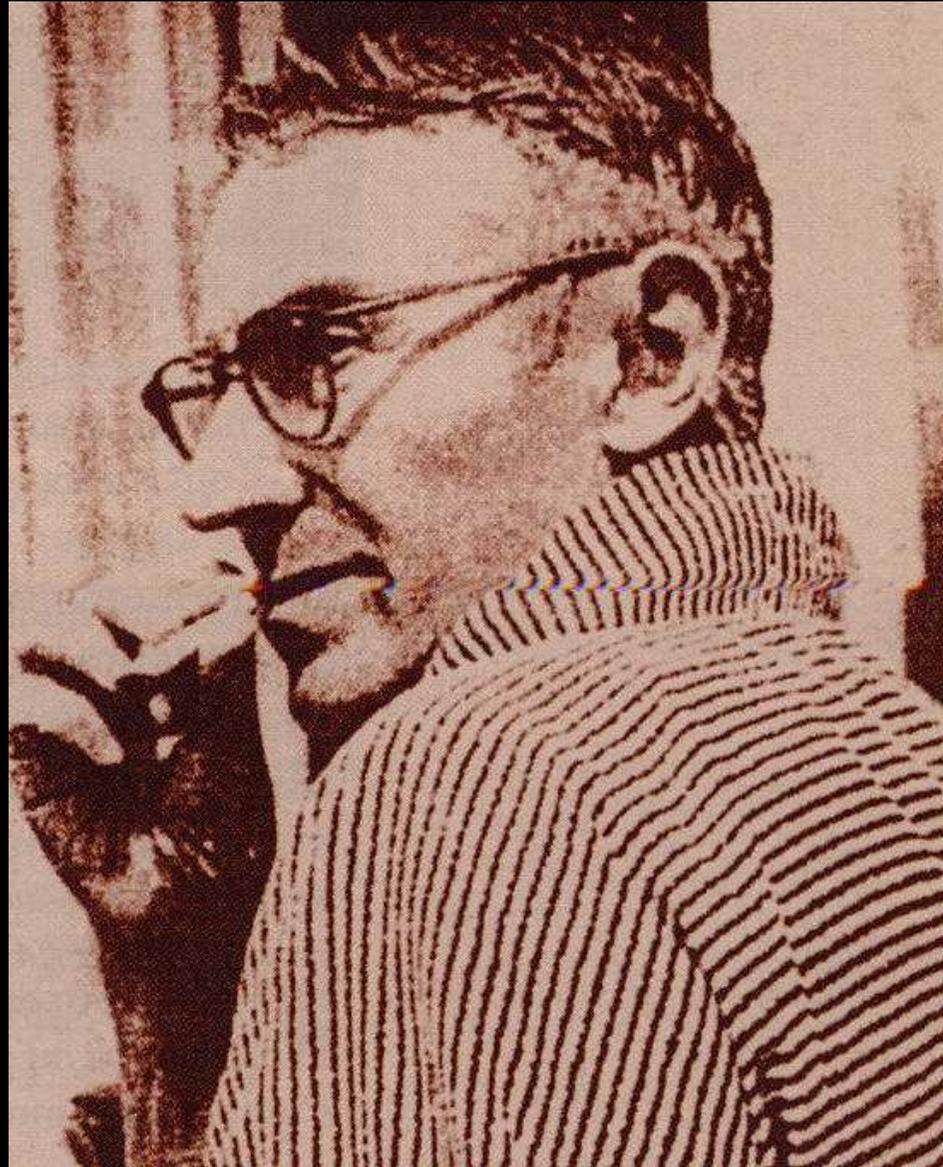
André Weil

(1906-1998)



Claude Chevalley

(1909-1984)



Jean Delsarte

(1903-1968)



René de Possel

(1905-1974)



Jean Dieudonné

(1906-1992)



Charles Ehresmann

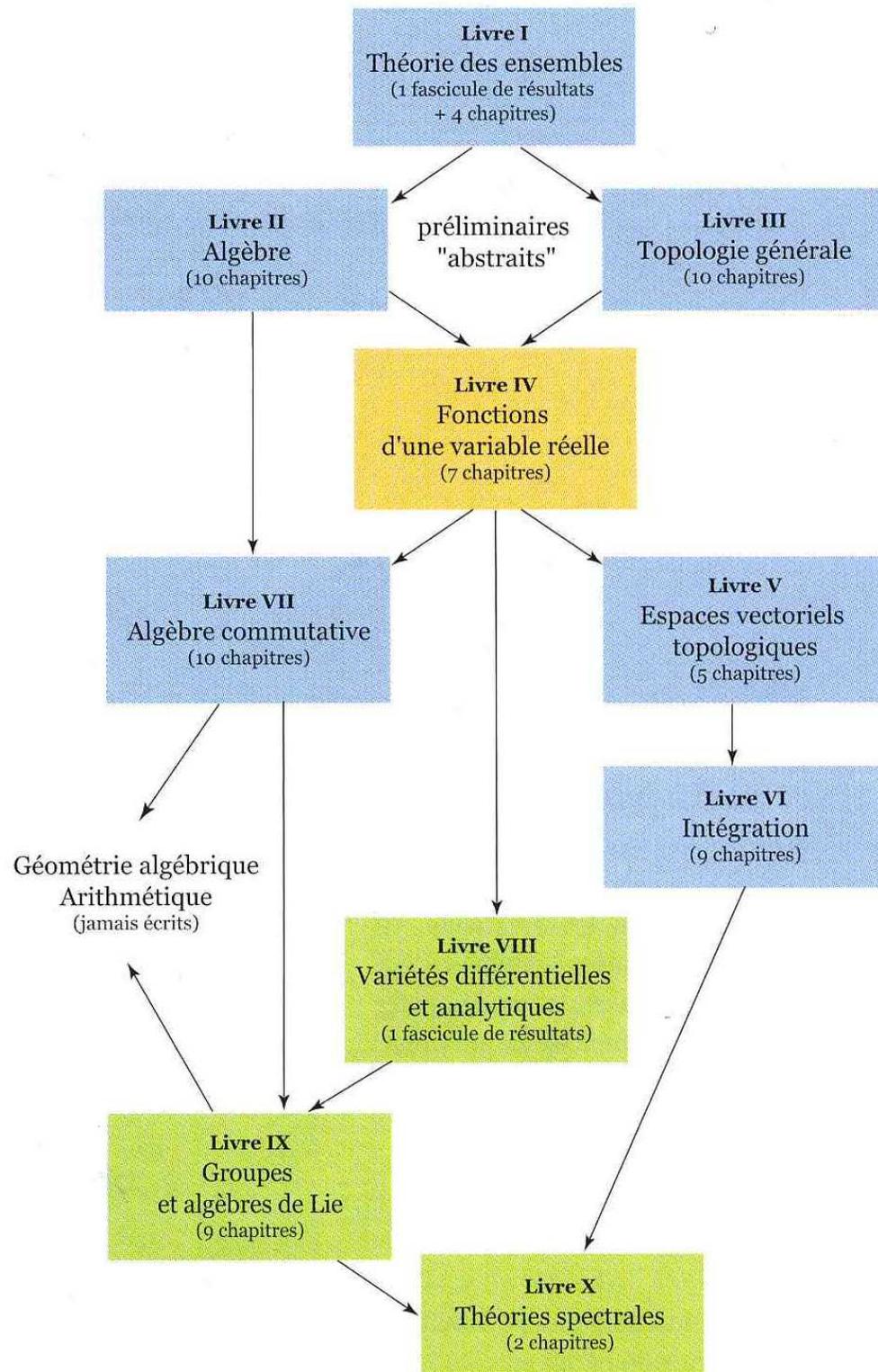
(1905-1979)



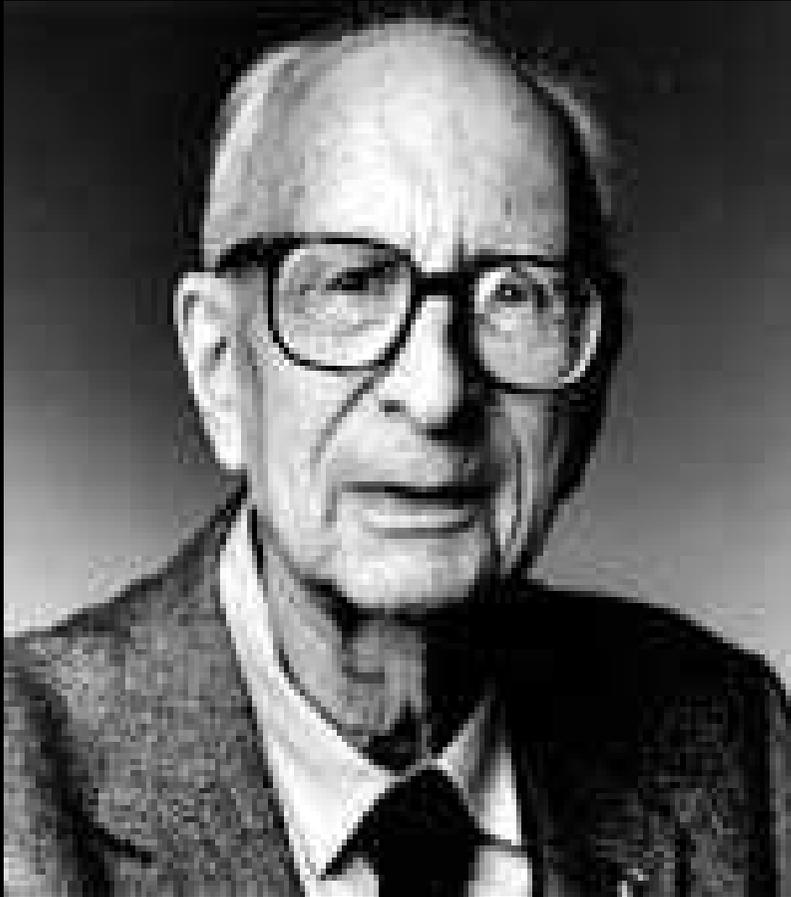
THÉORIE
DES
ENSEMBLES

N. BOURBAKI
ÉLÉMENTS DE
MATHÉMATIQUE





Claude Levi Strauss

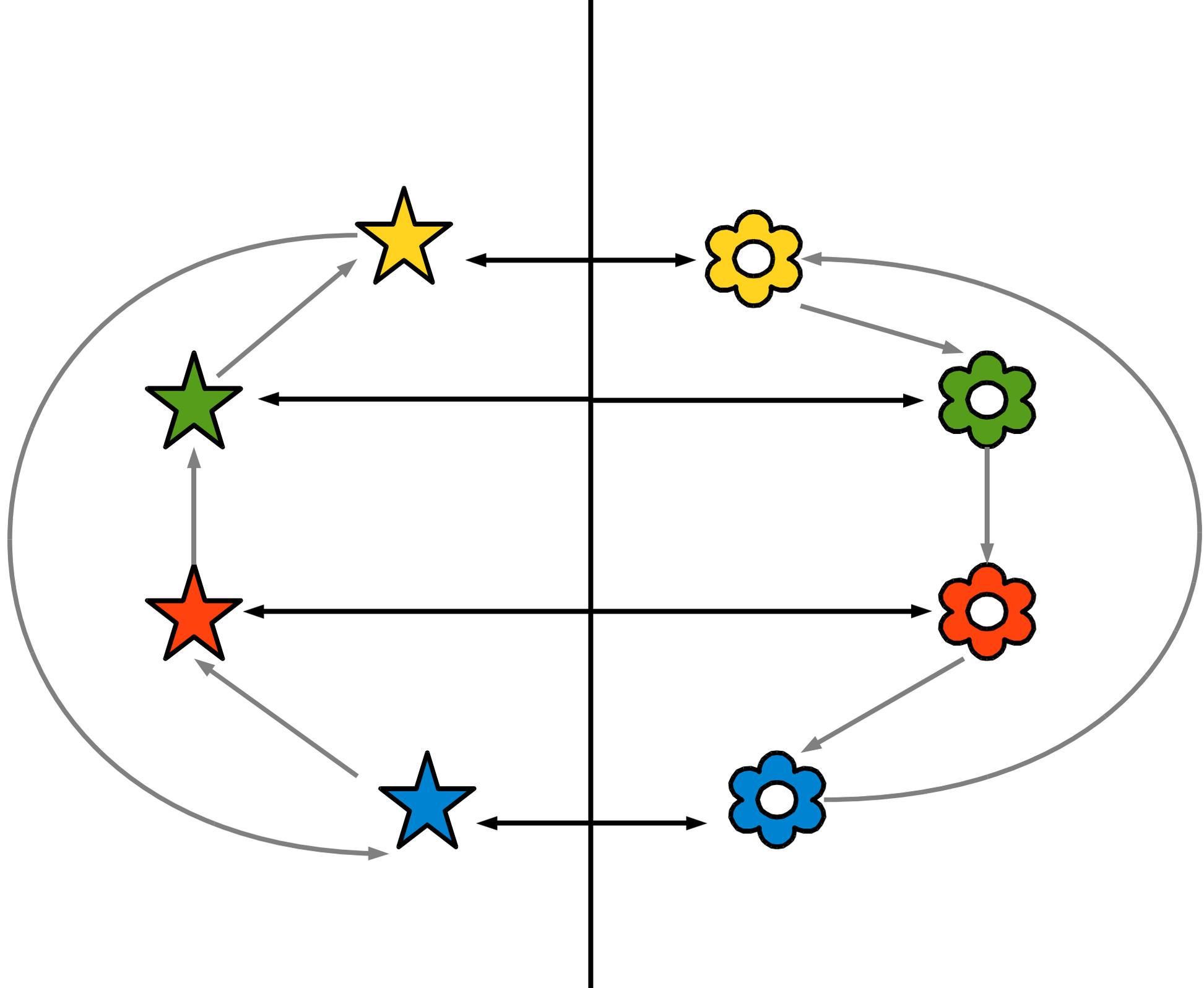


28 novembre 1908

30 octobre 2008

Son œuvre :

*Les structures élémentaires de
la parenté*



République algébrique



Nom : Magma

Type : Ensemble

Caractéristique : possède une loi interne

Exemple type : $(\mathbf{N}, +)$

République algébrique



Nom : Groupe

Type : Magma

Caractéristiques :

- La loi est associative
- La loi possède un élément neutre
- Tout élément de E possède un symétrique pour la loi

Exemple type : $(\mathbb{Z}, +)$

Évolution : Groupe commutatif

Remarque : de la symétrie découle la régularité de la loi

Réminiscences du primaire

Tables de loi :

La table de multiplication
La tabla de multiplicar / Times table

1

$1 \times 1 = 1$ · $1 \times 2 = 2$
 $1 \times 3 = 3$ · $1 \times 4 = 4$
 $1 \times 5 = 5$ · $1 \times 6 = 6$
 $1 \times 7 = 7$ · $1 \times 8 = 8$
 $1 \times 9 = 9$ · $1 \times 10 = 10$

2

$2 \times 1 = 2$ · $2 \times 2 = 4$
 $2 \times 3 = 6$ · $2 \times 4 = 8$
 $2 \times 5 = 10$ · $2 \times 6 = 12$
 $2 \times 7 = 14$ · $2 \times 8 = 16$
 $2 \times 9 = 18$ · $2 \times 10 = 20$

3

$3 \times 1 = 3$ · $3 \times 2 = 6$
 $3 \times 3 = 9$ · $3 \times 4 = 12$
 $3 \times 5 = 15$ · $3 \times 6 = 18$
 $3 \times 7 = 21$ · $3 \times 8 = 24$
 $3 \times 9 = 27$ · $3 \times 10 = 30$

4

$4 \times 1 = 4$ · $4 \times 2 = 8$
 $4 \times 3 = 12$ · $4 \times 4 = 16$
 $4 \times 5 = 20$ · $4 \times 6 = 24$
 $4 \times 7 = 28$ · $4 \times 8 = 32$
 $4 \times 9 = 36$ · $4 \times 10 = 40$

5

$5 \times 1 = 5$ · $5 \times 2 = 10$
 $5 \times 3 = 15$ · $5 \times 4 = 20$
 $5 \times 5 = 25$ · $5 \times 6 = 30$
 $5 \times 7 = 35$ · $5 \times 8 = 40$
 $5 \times 9 = 45$ · $5 \times 10 = 50$

6

$6 \times 1 = 6$ · $6 \times 2 = 12$
 $6 \times 3 = 18$ · $6 \times 4 = 24$
 $6 \times 5 = 30$ · $6 \times 6 = 36$
 $6 \times 7 = 42$ · $6 \times 8 = 48$
 $6 \times 9 = 54$ · $6 \times 10 = 60$

7

$7 \times 1 = 7$ · $7 \times 2 = 14$
 $7 \times 3 = 21$ · $7 \times 4 = 28$
 $7 \times 5 = 35$ · $7 \times 6 = 42$
 $7 \times 7 = 49$ · $7 \times 8 = 56$
 $7 \times 9 = 63$ · $7 \times 10 = 70$

8

$8 \times 1 = 8$ · $8 \times 2 = 16$
 $8 \times 3 = 24$ · $8 \times 4 = 32$
 $8 \times 5 = 40$ · $8 \times 6 = 48$
 $8 \times 7 = 56$ · $8 \times 8 = 64$
 $8 \times 9 = 72$ · $8 \times 10 = 80$

9

$9 \times 1 = 9$ · $9 \times 2 = 18$
 $9 \times 3 = 27$ · $9 \times 4 = 36$
 $9 \times 5 = 45$ · $9 \times 6 = 54$
 $9 \times 7 = 63$ · $9 \times 8 = 72$
 $9 \times 9 = 81$ · $9 \times 10 = 90$

10

$10 \times 1 = 10$ · $10 \times 2 = 20$
 $10 \times 3 = 30$ · $10 \times 4 = 40$
 $10 \times 5 = 50$ · $10 \times 6 = 60$
 $10 \times 7 = 70$ · $10 \times 8 = 80$
 $10 \times 9 = 90$ · $10 \times 10 = 100$

Exemples :

$(\{-1, 1\}, X)$

X	-1	1
-1	1	-1
1	-1	1

$(\{P, I\}, +)$

+	P	I
P	P	I
I	I	P

Table des groupe de cardinal 3 :

T	e	a	b
e	e	a	b
a	a	b	e
b	b	e	a

Table du groupe des classes d'équivalence modulo 3:

+	<u>0</u>	<u>1</u>	<u>2</u>
<u>0</u>	<u>0</u>	<u>1</u>	<u>2</u>
<u>1</u>	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>0</u>
<u>2</u>	<u>2</u>	<u>0</u>	<u>1</u>

Exemple de groupes non commutatifs :

Les permutations

o	I	t1	t2	t3	p1	p2
I	I	t1	t2	t3	p1	p2
t1	t1	I	p1	p2	t2	t3
t2	t2	p2	I	p1	t3	p1
t3	t3	p1	p2	I	t1	t2
p1	p1	t3	t1	t2	p2	I
p3	p2	t2	t3	t1	I	p1

$$I : (1,2,3) \rightarrow (1,2,3)$$

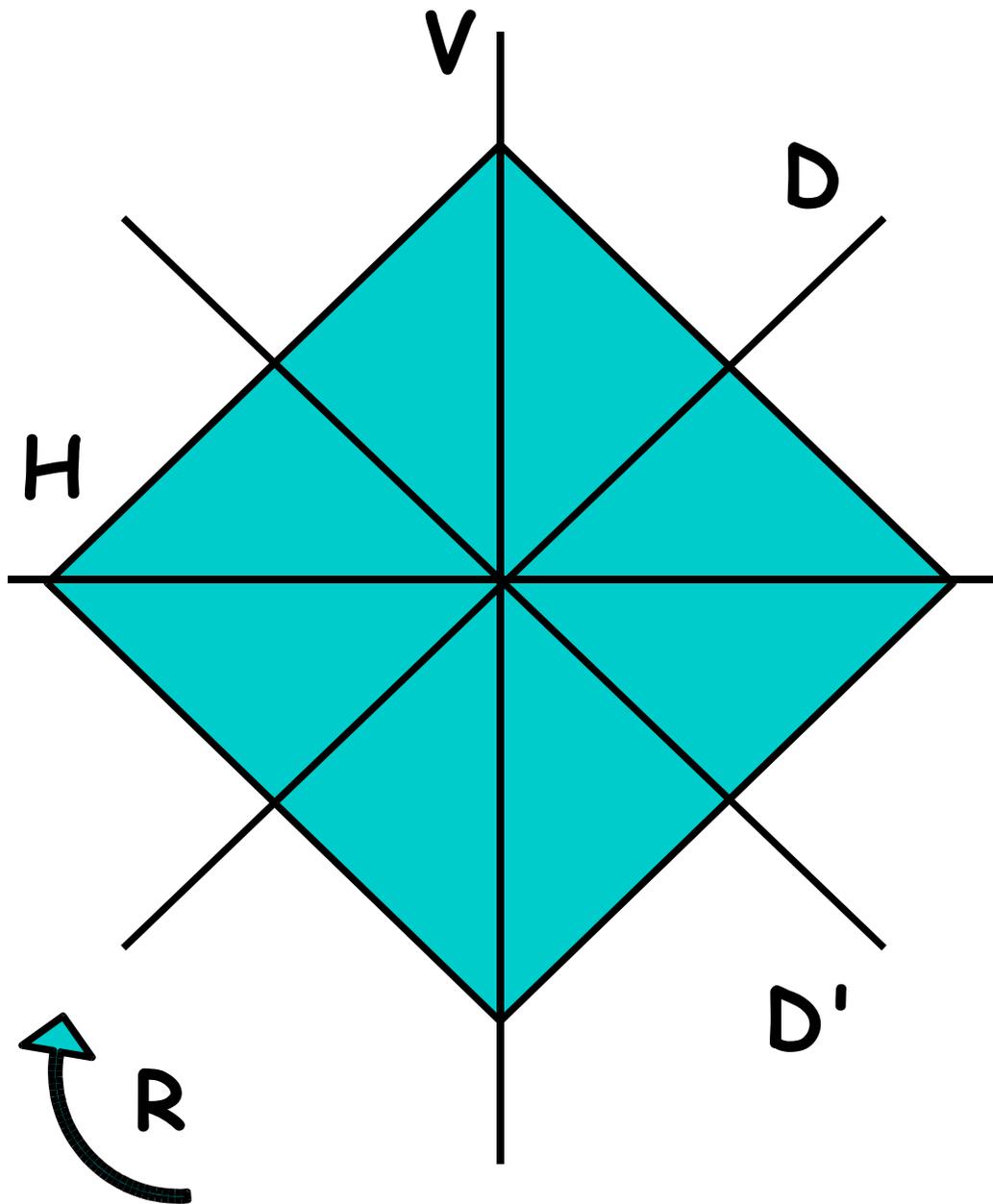
$$t1 : (1,2,3) \rightarrow (1,3,2)$$

$$t2 : (1,2,3) \rightarrow (3,2,1)$$

$$t3 : (1,2,3) \rightarrow (2,1,3)$$

$$p1 : (1,2,3) \rightarrow (2,3,1)$$

$$p2 : (1,2,3) \rightarrow (3,1,2)$$



Id

$$R = (A B C D)$$

$$R^2 = (A C)(B D)$$

$$R^3 = (D C B A)$$

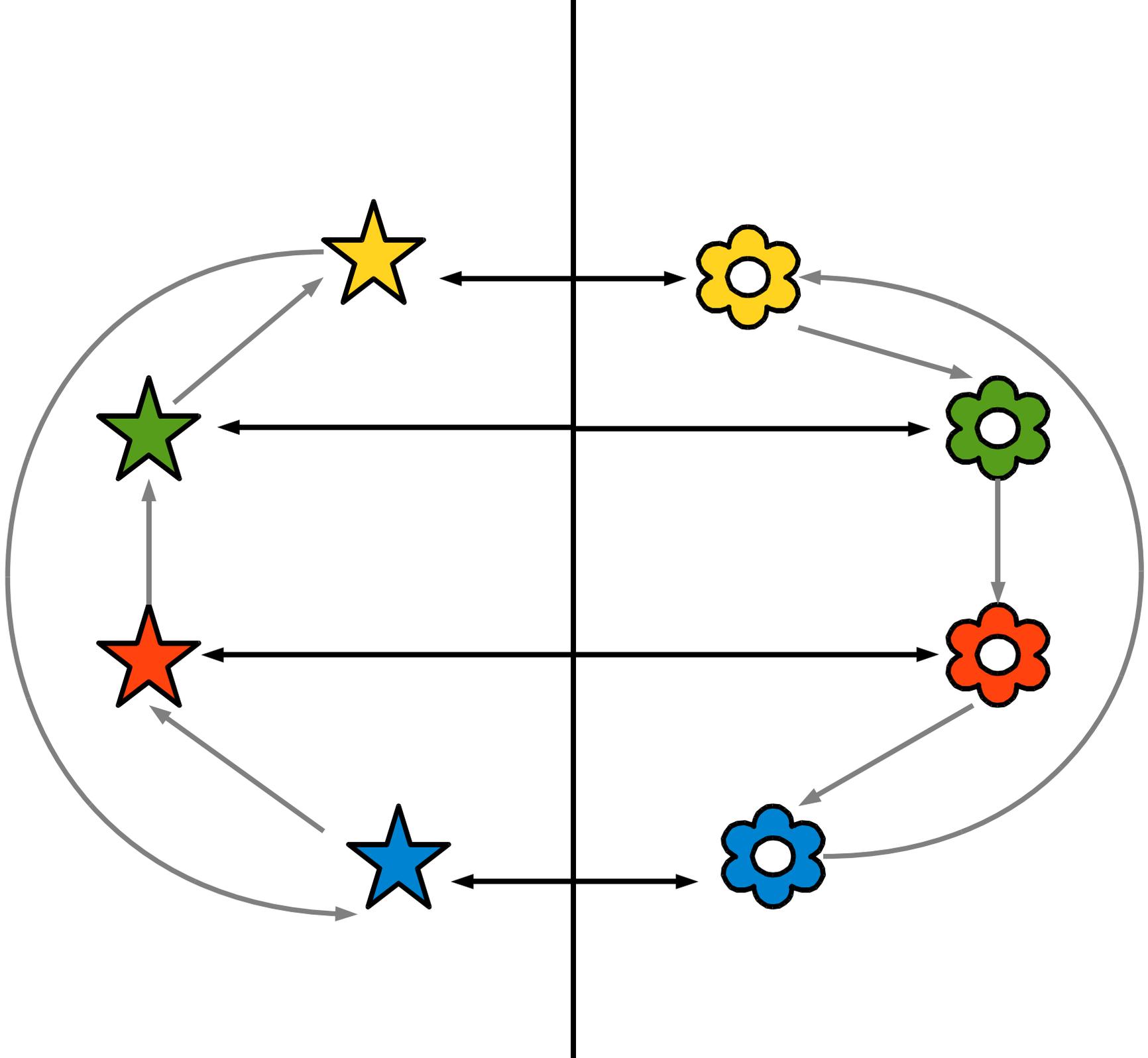
$$V = (B D)$$

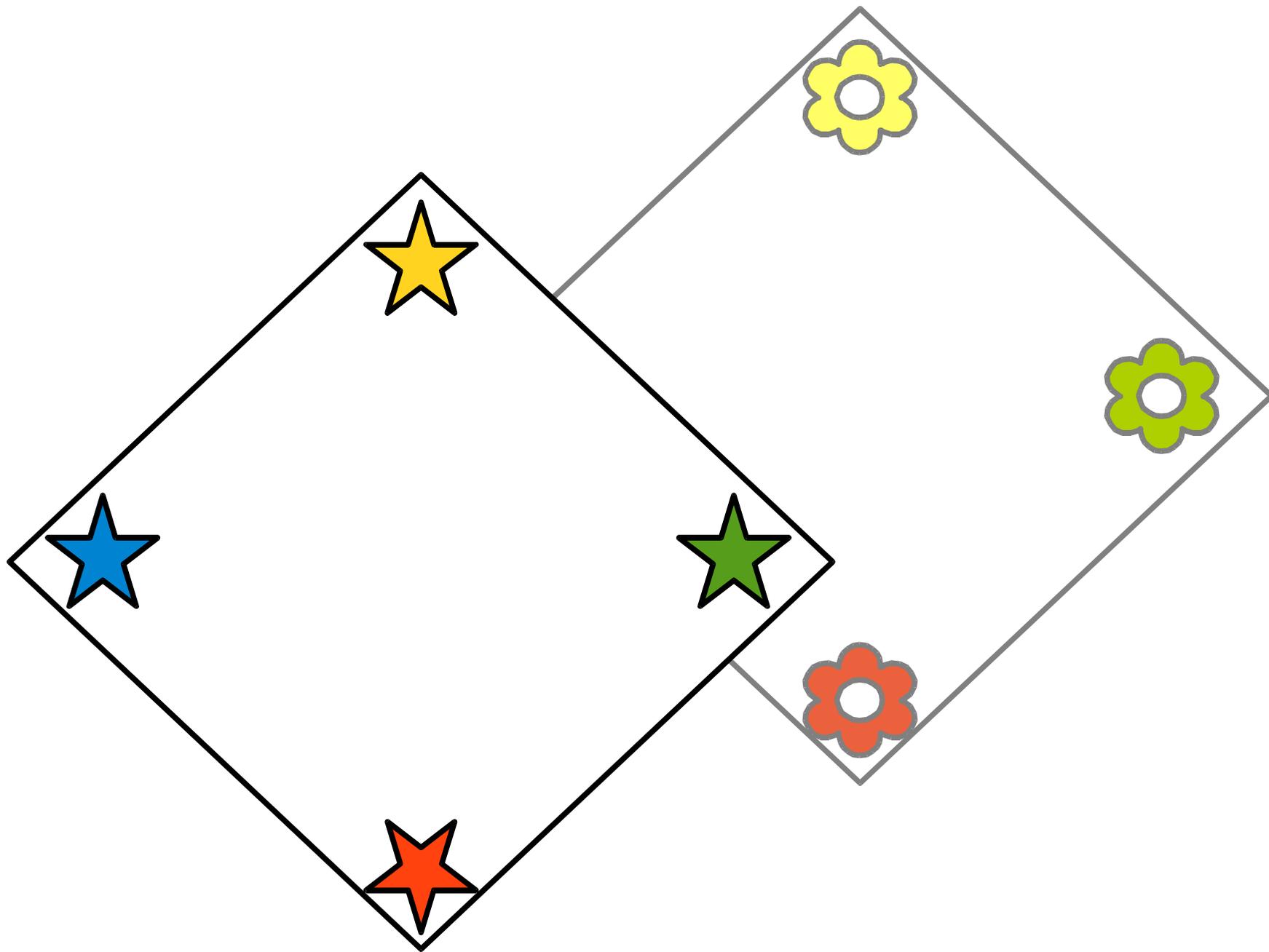
$$H = (A C)$$

$$D = (A B)(C D)$$

$$D' = (A D)(B C)$$

o	Id	R	R^2	R^3	V	H	D	D'
Id	Id	R	R^2	R^3	V	H	D	D'
R	R	R^2	R^3	Id	D	D'	H	V
R^2	R^2	R^3	Id	R	H	V	D'	D
R^3	R^3	Id	R	R^2	D'	D	V	H
V	V	D'	H	D	Id	R^2	R^3	R
H	H	D	V	D'	R^2	Id	R	R^3
D	D	V	D'	H	R	R^3	Id	R^2
D'	D'	H	D	V	R^3	R	R^2	Id





R : clan de la mère \rightarrow clan de l'enfant

V : clan du conjoint d'un individu

Si on fait V, H, D ou D' on change de famille (fleur et étoile)

A quel clan appartient le grand père paternel d'un individu ?

$V \circ R^3 \circ V \circ R^3 = \text{Id}$, soit le même clan.

Une belle mère et une belle fille sont elles toujours dans le même clan ?

Oui car $R^3 \circ V = V \circ R$

Deux cousins peuvent-ils s'épouser ?

3 cas possibles :

Les grands parents sont d'une certaine couleur

Si ils ont deux filles , les cousins seront :

- $R \circ R$

Si ils ont deux fils , les cousins seront :

- $R \circ V \circ R$

Donc dans ces deux cas, ils sont dans le même clan

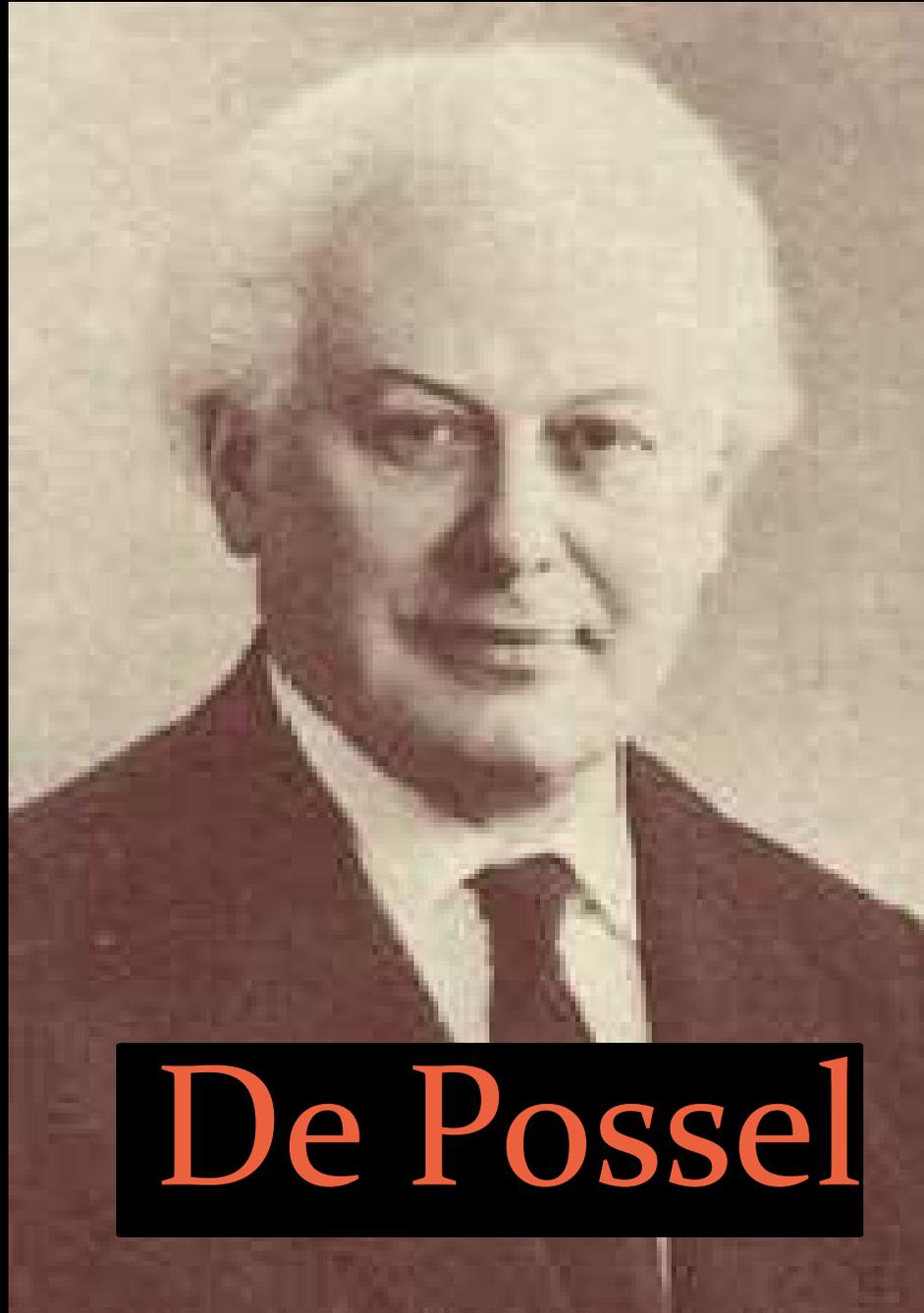
Si ils ont un fils et une fille, les cousins seront :

- $R \circ V \circ R$ et $R \circ R$

Est ce que $V \circ R \circ R = R \circ V \circ R$? NON !

Qui sont ces
célèbres
mathématiciens ?





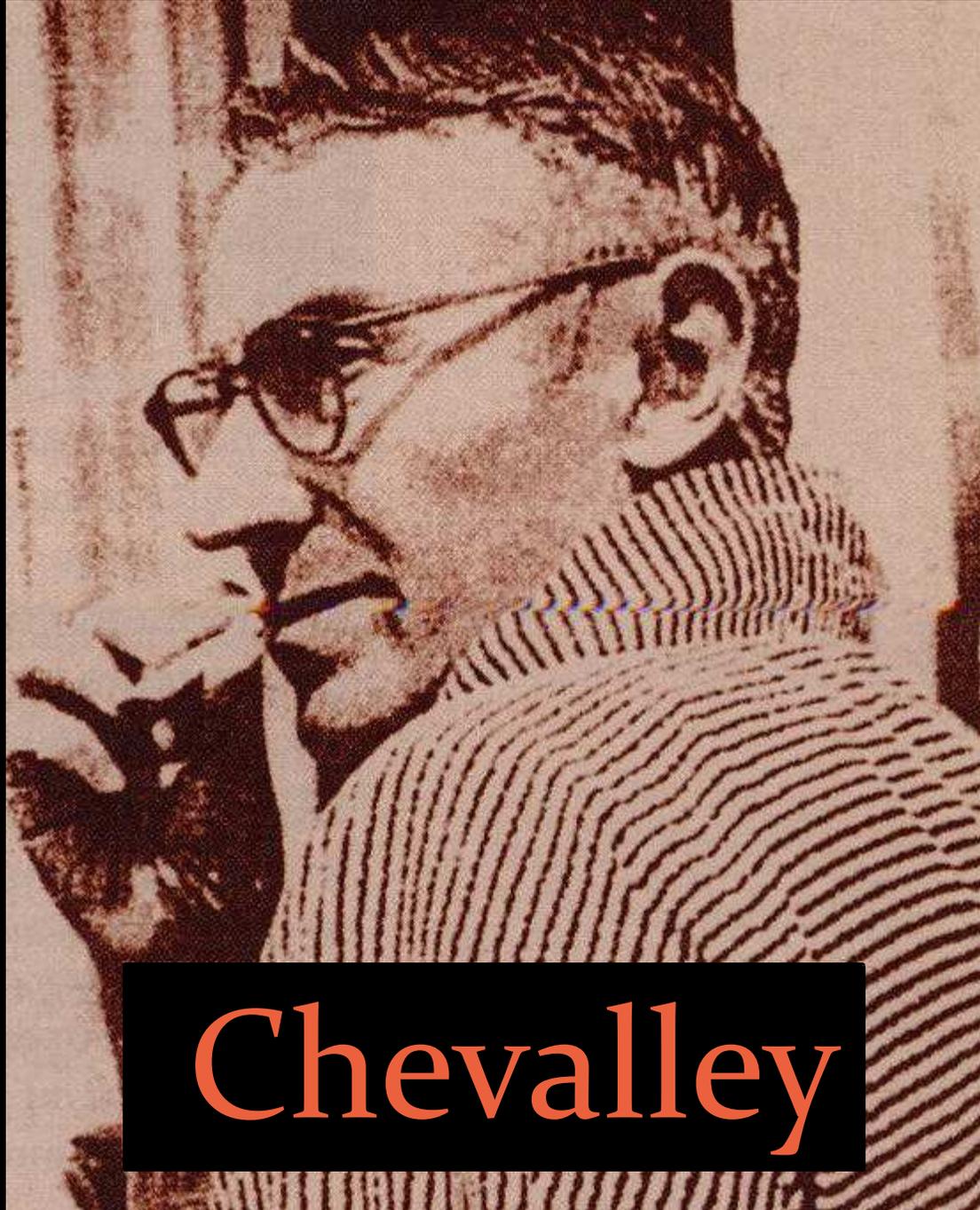
De Possel





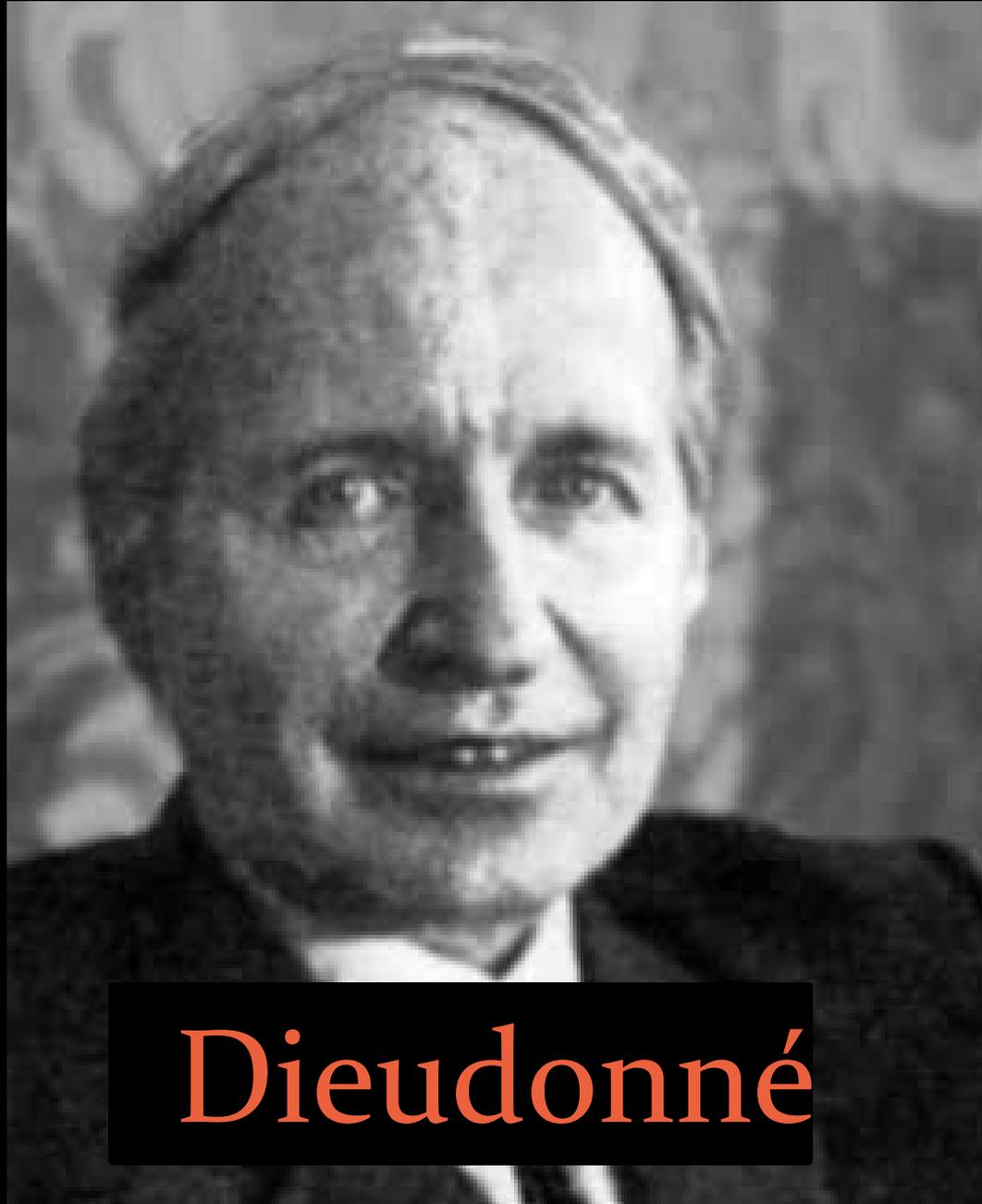
Cartan



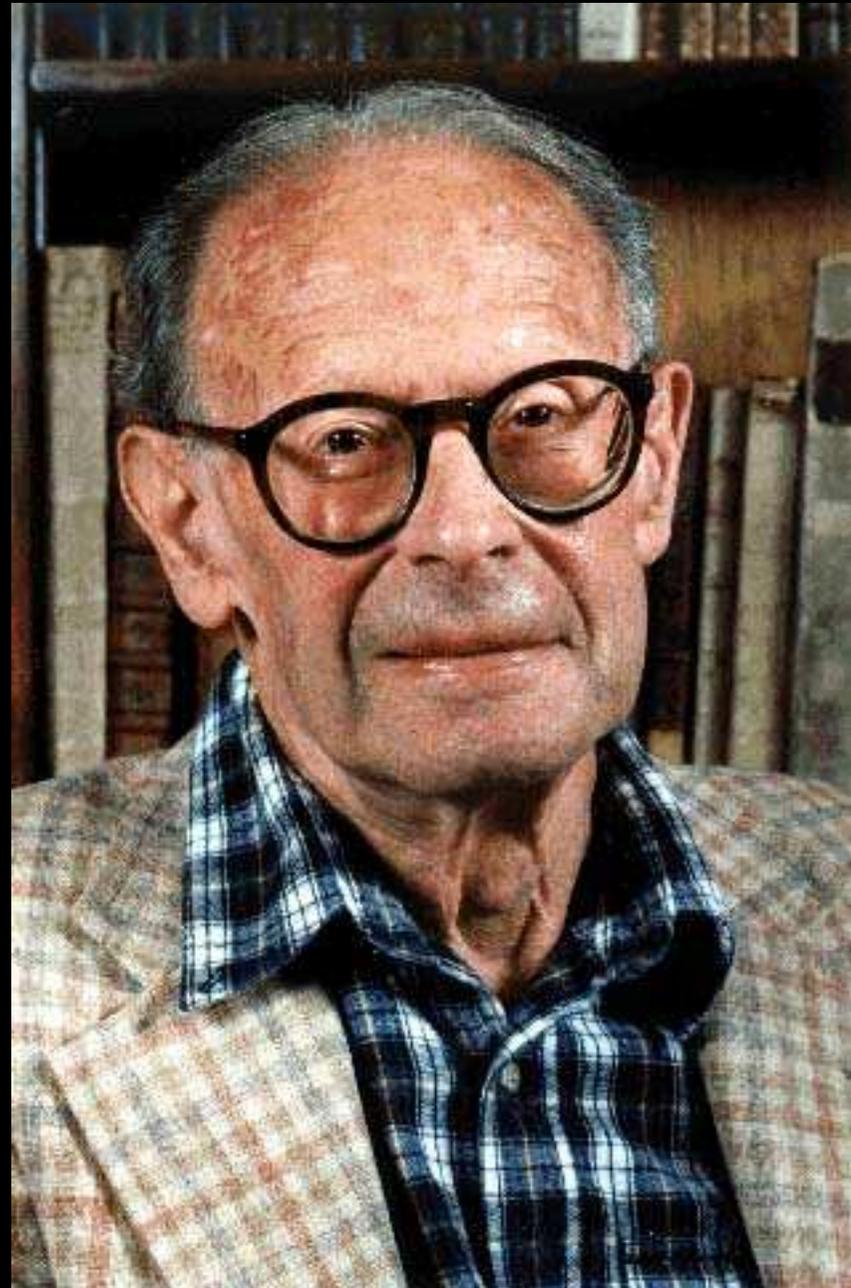


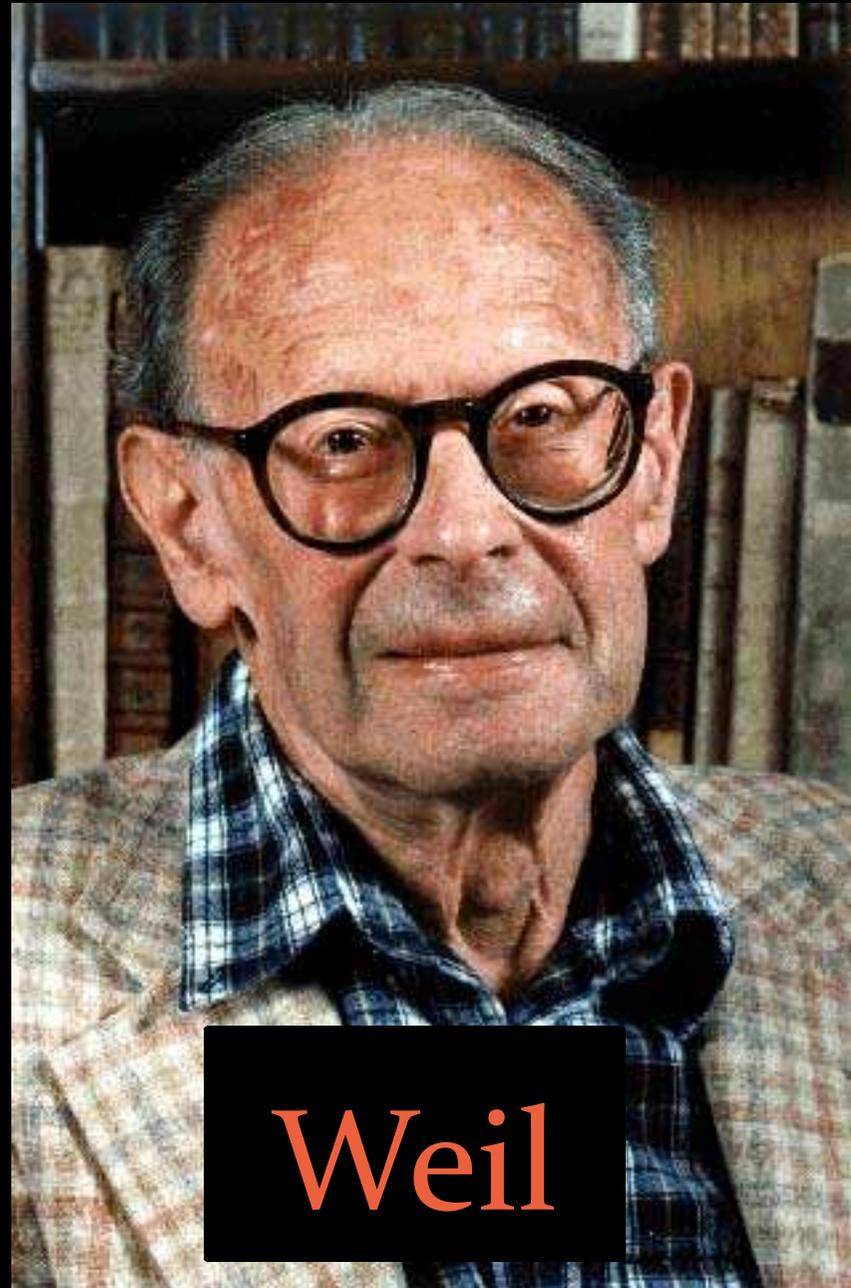
Chevalley





Dieudonné





Weil

Question bonus





Son altesse, prince de la L 101