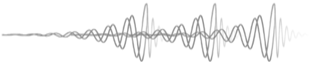
La mathémusique concrète

Math-o-LU

Eric Paturel

Maison des Mathématiques de l'Ouest



Mathémusique concrète

1. Qu'est-ce qu'un son ?

De l'impulsion à l'oreille.

De l'impulsion à l'oreille.

La chaîne du son :

De l'impulsion à l'oreille.

La chaîne du son :

- Quelque chose (corde, membrane, diapason...) vibre dans un fluide (l'air).

De l'impulsion à l'oreille.

La chaîne du son :

- Quelque chose (corde, membrane, diapason...) vibre dans un fluide (l'air).
- Cette vibration se propage dans ce fluide.

De l'impulsion à l'oreille.

La chaîne du son :

- Quelque chose (corde, membrane, diapason...) vibre dans un fluide (l'air).
- Cette vibration se propage dans ce fluide.
- Le fluide met le tympan en mouvement.

De l'impulsion à l'oreille.

La chaîne du son :

- Quelque chose (corde, membrane, diapason...) vibre dans un fluide (l'air).
- Cette vibration se propage dans ce fluide.
- Le fluide met le tympan en mouvement.
- Le tympan est relié à de petits os : vibrations mécaniques.

De l'impulsion à l'oreille.

La chaîne du son :

- Quelque chose (corde, membrane, diapason...) vibre dans un fluide (l'air).
- Cette vibration se propage dans ce fluide.
- Le fluide met le tympan en mouvement.
- Le tympan est relié à de petits os : vibrations mécaniques.
- Un organe (cochlée) transforme cette vibration en impulsions électriques.

De l'impulsion à l'oreille.

La chaîne du son :

- Quelque chose (corde, membrane, diapason...) vibre dans un fluide (l'air).
- Cette vibration se propage dans ce fluide.
- Le fluide met le tympan en mouvement.
- Le tympan est relié à de petits os : vibrations mécaniques.
- Un organe (cochlée) transforme cette vibration en impulsions électriques.
- Ces impulsions sont transmises par des neurones au cerveau.

De l'impulsion à l'oreille.

La chaîne du son :

- Quelque chose (corde, membrane, diapason...) vibre dans un fluide (l'air).
- Cette vibration se propage dans ce fluide.
- Le fluide met le tympan en mouvement.
- Le tympan est relié à de petits os : vibrations mécaniques.
- Un organe (cochlée) transforme cette vibration en impulsions électriques.
- Ces impulsions sont transmises par des neurones au cerveau.
- Le cerveau les analyse en temps réel.

Les vibrations de l'émetteur

Les vibrations de l'émetteur

Lorsqu'un objet (corde, membrane, diapason) vibre,

Les vibrations de l'émetteur

Lorsqu'un objet (corde, membrane, diapason) vibre, sa forme lui impose certains types de mouvements

Les vibrations de l'émetteur

Lorsqu'un objet (corde, membrane, diapason) vibre, sa forme lui impose certains types de mouvements périodiques...

Les vibrations de l'émetteur

Lorsqu'un objet (corde, membrane, diapason) vibre, sa forme lui impose certains types de mouvements périodiques...

Les vibrations de l'émetteur

Lorsqu'un objet (corde, membrane, diapason) vibre, sa forme lui impose certains types de mouvements périodiques...
Exemples :

Les vibrations de l'émetteur

Lorsqu'un objet (corde, membrane, diapason) vibre, sa forme lui impose certains types de mouvements périodiques...
Exemples :

- une corde tendue à ses deux extrémités : 

Les vibrations de l'émetteur

Lorsqu'un objet (corde, membrane, diapason) vibre, sa forme lui impose certains types de mouvements périodiques...
Exemples :

- une corde tendue à ses deux extrémités : 
- une membrane tendue sur un cadre : 

Les vibrations (suite)

Les vibrations (suite)

En fait

Les vibrations (suite)

En fait on peut décomposer ces vibrations

Les vibrations (suite)

En fait on peut décomposer ces vibrations en certaines vibrations périodiques élémentaires.

Les vibrations (suite)

En fait on peut décomposer ces vibrations en certaines vibrations périodiques élémentaires.
Ces vibrations élémentaires se produisent à des fréquences

Les vibrations (suite)

En fait on peut décomposer ces vibrations en certaines vibrations périodiques élémentaires.
Ces vibrations élémentaires se produisent à des fréquences (nombre de périodes par seconde) bien précises.

Les vibrations (suite)

En fait on peut décomposer ces vibrations en certaines vibrations périodiques élémentaires.
Ces vibrations élémentaires se produisent à des fréquences (nombre de périodes par seconde) bien précises.
Vocabulaire :

Les vibrations (suite)

En fait on peut décomposer ces vibrations en certaines vibrations périodiques élémentaires.
Ces vibrations élémentaires se produisent à des fréquences (nombre de périodes par seconde) bien précises.
Vocabulaire :

- vibrations élémentaires $\Rightarrow$ modes propres de l'objet

Les vibrations (suite)

En fait on peut décomposer ces vibrations en certaines vibrations périodiques élémentaires.
Ces vibrations élémentaires se produisent à des fréquences (nombre de périodes par seconde) bien précises.
Vocabulaire :

- vibrations élémentaires $\Rightarrow$ modes propres de l'objet

Les vibrations (suite)

En fait on peut décomposer ces vibrations en certaines vibrations périodiques élémentaires.
Ces vibrations élémentaires se produisent à des fréquences (nombre de périodes par seconde) bien précises.
Vocabulaire :

- vibrations élémentaires ⇒ modes propres de l'objet
- fréquences correspondantes ⇒ fréquences propres

Les vibrations (suite)

En fait on peut décomposer ces vibrations en certaines vibrations périodiques élémentaires.
Ces vibrations élémentaires se produisent à des fréquences (nombre de périodes par seconde) bien précises.
Vocabulaire :

- vibrations élémentaires $\Rightarrow$ modes propres de l'objet
- fréquences correspondantes $\Rightarrow$ fréquences propres

Les vibrations (suite)

En fait on peut décomposer ces vibrations en certaines vibrations périodiques élémentaires.
Ces vibrations élémentaires se produisent à des fréquences (nombre de périodes par seconde) bien précises.
Vocabulaire :

- vibrations élémentaires $\Rightarrow$ modes propres de l'objet
- fréquences correspondantes $\Rightarrow$ fréquences propres

Pourquoi propres ?

Les vibrations (suite)

En fait on peut décomposer ces vibrations en certaines vibrations périodiques élémentaires.
Ces vibrations élémentaires se produisent à des fréquences (nombre de périodes par seconde) bien précises.
Vocabulaire :

- vibrations élémentaires $\Rightarrow$ modes propres de l'objet
- fréquences correspondantes $\Rightarrow$ fréquences propres

Pourquoi propres ?
On va le voir : ces vibrations et ces fréquences leur sont mathématiquement propres...

Les vibrations (suite)

En fait on peut décomposer ces vibrations en certaines vibrations périodiques élémentaires.
Ces vibrations élémentaires se produisent à des fréquences (nombre de périodes par seconde) bien précises.
Vocabulaire :

- vibrations élémentaires $\Rightarrow$ modes propres de l'objet
- fréquences correspondantes $\Rightarrow$ fréquences propres

Pourquoi propres ?
On va le voir : ces vibrations et ces fréquences leur sont mathématiquement propres... ou presque !

Le spectre sonore

Le spectre sonore

C'est l'ensemble des fréquences sonores entendues à chaque instant.

Le spectre sonore

C'est l'ensemble des fréquences sonores entendues à chaque instant.
Un exemple : voir des spectres

Le spectre sonore

C'est l'ensemble des fréquences sonores entendues à chaque instant.
Un exemple : voir des spectres

Que voit-on ?

Le spectre sonore

C'est l'ensemble des fréquences sonores entendues à chaque instant.
Un exemple : voir des spectres

Que voit-on ?

Une décomposition en fréquences du signal sonore...

Le spectre sonore

C'est l'ensemble des fréquences sonores entendues à chaque instant.
Un exemple : voir des spectres

Que voit-on ?

Une décomposition en fréquences du signal sonore...
Cette décomposition vient des travaux de J. Fourier : séries de Fourier, transformation de Fourier...

Le spectre sonore

C'est l'ensemble des fréquences sonores entendues à chaque instant.
Un exemple : voir des spectres

Que voit-on ?

Une décomposition en fréquences du signal sonore...
Cette décomposition vient des travaux de J. Fourier : séries de Fourier, transformation de Fourier...
A la base du traitement du signal.

Joseph Fourier

2. Les cordes vibrantes

Quelles cordes ?

Quelles cordes ?

On écoute le son produit par des cordes élastiques tendues à leur extrémités.

Quelles cordes ?

On écoute le son produit par des cordes élastiques tendues à leur extrémités.
Cordes pincées (guitare, mandoline, banjo, clavecin, etc.),

Quelles cordes ?

On écoute le son produit par des cordes élastiques tendues à leur extrémités.
Cordes pincées (guitare, mandoline, banjo, clavecin, etc.), cordes frappées (piano).

Quelles cordes ?

On écoute le son produit par des cordes élastiques tendues à leur extrémités.
Cordes pincées (guitare, mandoline, banjo, clavecin, etc.), cordes frappées (piano).

Film

Explications

Ces mouvements compliqués peuvent être décomposés en une collection de mouvements simples,

Explications

Ces mouvements compliqués peuvent être décomposés en une collection de mouvements simples, les modes propres.

Les modes propres

Fondamentale

1ème harmonique

2ème harmonique

etc...

Les fréquences propres

A chaque mode propre correspond une fréquence propre, "fréquence pure".

Les fréquences propres

220 Hz (LA2)

440 Hz (LA3)

660 Hz (MI4)

1100 Hz (DO#5)

Exemples

Exemples

La guitare

Cordes pincées : voir un spectre de guitare

Exemples

La guitare

Cordes pincées : voir un spectre de guitare

Le piano

Cordes frappées : voir un spectre de piano

Fréquences propres d'une corde

Fréquences propres d'une corde

Les fréquences propres

Fréquences propres d'une corde

Les fréquences propres

Elles sont toutes multiples d'une fréquence fondamentale, déterminée par la corde.

Fréquences propres d'une corde

Les fréquences propres

Elles sont toutes multiples d'une fréquence fondamentale, déterminée par la corde.
Plus la corde est longue, plus la fréquence est basse.

Fréquences propres d'une corde

Les fréquences propres

Elles sont toutes multiples d'une fréquence fondamentale, déterminée par la corde.
Plus la corde est longue, plus la fréquence est basse.

Fréquences propres d'une corde

Les fréquences propres

Elles sont toutes multiples d'une fréquence fondamentale, déterminée par la corde.
Plus la corde est longue, plus la fréquence est basse.

3. Fabriquer une gamme

A partir d'une corde

A partir d'une corde

Expérience

A partir d'une corde

Expérience

1. Si on excite une corde,

A partir d'une corde

Expérience

1. Si on excite une corde, (en frappant, grattant, frottant, etc.)

A partir d'une corde

Expérience

1. Si on excite une corde, (en frappant, grattant, frottant, etc.) on obtient une note,

A partir d'une corde

Expérience

1. Si on excite une corde, (en frappant, grattant, frottant, etc.) on obtient une note, composée d'une fréquence fondamentale f_1 et de ses multiples entiers.

A partir d'une corde

Expérience

1. Si on excite une corde, (en frappant, grattant, frottant, etc.) on obtient une note, composée d'une fréquence fondamentale f_1 et de ses multiples entiers.
2. Si on fixe la corde à son milieu,

A partir d'une corde

Expérience

1. Si on excite une corde, (en frappant, grattant, frottant, etc.) on obtient une note, composée d'une fréquence fondamentale f_1 et de ses multiples entiers.
2. Si on fixe la corde à son milieu, on obtient une autre note,

A partir d'une corde

Expérience

1. Si on excite une corde, (en frappant, grattant, frottant, etc.) on obtient une note, composée d'une fréquence fondamentale f_1 et de ses multiples entiers.
2. Si on fixe la corde à son milieu, on obtient une autre note, qui ressemble à la première, en plus aigu.

A partir d'une corde

Expérience

1. Si on excite une corde, (en frappant, grattant, frottant, etc.) on obtient une note, composée d'une fréquence fondamentale f_1 et de ses multiples entiers.
2. Si on fixe la corde à son milieu, on obtient une autre note, qui ressemble à la première, en plus aigu.

A partir d'une corde

Expérience

1. Si on excite une corde, (en frappant, grattant, frottant, etc.) on obtient une note, composée d'une fréquence fondamentale f_1 et de ses multiples entiers.
2. Si on fixe la corde à son milieu, on obtient une autre note, qui ressemble à la première, en plus aigu.

Explication

La fréquence entendue au 2 fait partie des fréquences entendues au 1 :

A partir d'une corde

Expérience

1. Si on excite une corde, (en frappant, grattant, frottant, etc.) on obtient une note, composée d'une fréquence fondamentale f_1 et de ses multiples entiers.
2. Si on fixe la corde à son milieu, on obtient une autre note, qui ressemble à la première, en plus aigu.

Explication

La fréquence entendue au 2 fait partie des fréquences entendues au 1 : c'est la première harmonique ! ($f_2 = 2f_1$)

A partir d'une corde

Expérience

1. Si on excite une corde, (en frappant, grattant, frottant, etc.) on obtient une note, composée d'une fréquence fondamentale f_1 et de ses multiples entiers.
2. Si on fixe la corde à son milieu, on obtient une autre note, qui ressemble à la première, en plus aigu.

Explication

La fréquence entendue au 2 fait partie des fréquences entendues au 1 : c'est la première harmonique ! ($f_2 = 2f_1$)
L'intervalle entre la fondamentale et la première harmonique est appelé octave.

Poursuivons...

Poursuivons...

Si on fixe la corde au tiers de sa longueur, on obtient une autre note, de fréquence $f_3 = 3f_1$.

Poursuivons...

Si on fixe la corde au tiers de sa longueur, on obtient une autre note, de fréquence $f_3 = 3f_1$.
Si on fixe la corde au quart de sa longueur, on obtient une autre note, de fréquence $f_4 = 4f_1 = 2f_2$.

Poursuivons...

Si on fixe la corde au tiers de sa longueur, on obtient une autre note, de fréquence $f_3 = 3f_1$.
Si on fixe la corde au quart de sa longueur, on obtient une autre note, de fréquence $f_4 = 4f_1 = 2f_2$.

Règle

Poursuivons...

Si on fixe la corde au tiers de sa longueur, on obtient une autre note, de fréquence $f_3 = 3f_1$.
Si on fixe la corde au quart de sa longueur, on obtient une autre note, de fréquence $f_4 = 4f_1 = 2f_2$.

Règle

Pour monter d'une octave : on double la fréquence !

Poursuivons...

Si on fixe la corde au tiers de sa longueur, on obtient une autre note, de fréquence $f_3 = 3f_1$.
Si on fixe la corde au quart de sa longueur, on obtient une autre note, de fréquence $f_4 = 4f_1 = 2f_2$.

Règle

Pour monter d'une octave : on double la fréquence !
Pour descendre d'une octave : on divise la fréquence par 2 !

Si on veut fabriquer une gamme

Poursuivons...

Si on fixe la corde au tiers de sa longueur, on obtient une autre note, de fréquence $f_3 = 3f_1$.
Si on fixe la corde au quart de sa longueur, on obtient une autre note, de fréquence $f_4 = 4f_1 = 2f_2$.

Règle

Pour monter d'une octave : on double la fréquence !
Pour descendre d'une octave : on divise la fréquence par 2 !

Si on veut fabriquer une gamme (échelle de notes entre deux octaves),

Poursuivons...

Si on fixe la corde au tiers de sa longueur, on obtient une autre note, de fréquence $f_3 = 3f_1$.
Si on fixe la corde au quart de sa longueur, on obtient une autre note, de fréquence $f_4 = 4f_1 = 2f_2$.

Règle

Pour monter d'une octave : on double la fréquence !
Pour descendre d'une octave : on divise la fréquence par 2 !

Si on veut fabriquer une gamme (échelle de notes entre deux octaves), on va chercher une échelle de fréquences entre f_1 (fondamentale) et $f_2 = 2f_1$ (octave) : par exemple $3/2f_1$.

Poursuivons...

Si on fixe la corde au tiers de sa longueur, on obtient une autre note, de fréquence $f_3 = 3f_1$.
Si on fixe la corde au quart de sa longueur, on obtient une autre note, de fréquence $f_4 = 4f_1 = 2f_2$.

Règle

Pour monter d'une octave : on double la fréquence !
Pour descendre d'une octave : on divise la fréquence par 2 !

Si on veut fabriquer une gamme (échelle de notes entre deux octaves), on va chercher une échelle de fréquences entre f_1 (fondamentale) et $f_2 = 2f_1$ (octave) : par exemple $3/2f_1$.

Ma première gamme

A 2 notes : $(1, 3/2)$: écoutons-là

Plus loin...

Si on fixe la corde au cinquième de sa longueur, on obtient une note de fréquence $f_5 = 5f_1$.

Plus loin...

Si on fixe la corde au cinquième de sa longueur, on obtient une note de fréquence $f_5 = 5f_1$.
Ramenée dans la gamme, on obtient $5/4f_1$: gamme de 3 notes $(1, 5/4, 3/2)$

Plus loin...

Si on fixe la corde au cinquième de sa longueur, on obtient une note de fréquence $f_5 = 5f_1$.
Ramenée dans la gamme, on obtient $5/4f_1$: gamme de 3 notes $(1, 5/4, 3/2)$
On continue :

Plus loin...

Si on fixe la corde au cinquième de sa longueur, on obtient une note de fréquence $f_5 = 5f_1$.
Ramenée dans la gamme, on obtient $5/4f_1$: gamme de 3 notes $(1, 5/4, 3/2)$
On continue : $6/4 = 3/2$ ...

Plus loin...

Si on fixe la corde au cinquième de sa longueur, on obtient une note de fréquence $f_5 = 5f_1$.
Ramenée dans la gamme, on obtient $5/4 f_1$: gamme de 3 notes $(1, 5/4, 3/2)$
On continue : $6/4 = 3/2$ ... $7/4$,

Plus loin...

Si on fixe la corde au cinquième de sa longueur, on obtient une note de fréquence $f_5 = 5f_1$.
Ramenée dans la gamme, on obtient $5/4f_1$: gamme de 3 notes $(1, 5/4, 3/2)$
On continue : $6/4 = 3/2$ ... $7/4$, $8/8 = 1$,

Plus loin...

Si on fixe la corde au cinquième de sa longueur, on obtient une note de fréquence $f_5 = 5f_1$.
Ramenée dans la gamme, on obtient $5/4f_1$: gamme de 3 notes $(1, 5/4, 3/2)$
On continue : $6/4 = 3/2$ ... $7/4$, $8/8 = 1$, $9/8$,

Plus loin...

Si on fixe la corde au cinquième de sa longueur, on obtient une note de fréquence $f_5 = 5f_1$.
Ramenée dans la gamme, on obtient $5/4f_1$: gamme de 3 notes $(1, 5/4, 3/2)$
On continue : $6/4 = 3/2$ ... $7/4$, $8/8 = 1$, $9/8$, $10/8 = 5/4$,

Plus loin...

Si on fixe la corde au cinquième de sa longueur, on obtient une note de fréquence $f_5 = 5f_1$.
Ramenée dans la gamme, on obtient $5/4f_1$: gamme de 3 notes $(1, 5/4, 3/2)$
On continue : $6/4 = 3/2$ ... $7/4$, $8/8 = 1$, $9/8$, $10/8 = 5/4$, $11/8$,

Plus loin...

Si on fixe la corde au cinquième de sa longueur, on obtient une note de fréquence $f_5 = 5f_1$.
Ramenée dans la gamme, on obtient $5/4 f_1$: gamme de 3 notes $(1, 5/4, 3/2)$
On continue : $6/4 = 3/2$ ... $7/4$, $8/8 = 1$, $9/8$, $10/8 = 5/4$, $11/8$, $12/8 = 3/2$, $13/8$, $14/8 = 7/4$, $15/8$, $16/16 = 1$...

Plus loin...

Si on fixe la corde au cinquième de sa longueur, on obtient une note de fréquence $f_5 = 5f_1$.
Ramenée dans la gamme, on obtient $5/4f_1$: gamme de 3 notes $(1, 5/4, 3/2)$
On continue : $6/4 = 3/2$ ... $7/4$, $8/8 = 1$, $9/8$, $10/8 = 5/4$, $11/8$, $12/8 = 3/2$, $13/8$, $14/8 = 7/4$, $15/8$, $16/16 = 1$...
On obtient une gamme :
$(1, 9/8, 5/4, 11/8, 3/2, 13/8, 7/4, 15/8)$ ...

Plus loin...

Si on fixe la corde au cinquième de sa longueur, on obtient une note de fréquence $f_5 = 5f_1$.
Ramenée dans la gamme, on obtient $5/4 f_1$: gamme de 3 notes $(1, 5/4, 3/2)$
On continue : $6/4 = 3/2$ ... $7/4$, $8/8 = 1$, $9/8$, $10/8 = 5/4$, $11/8$, $12/8 = 3/2$, $13/8$, $14/8 = 7/4$, $15/8$, $16/16 = 1$...
On obtient une gamme :
$(1, 9/8, 5/4, 11/8, 3/2, 13/8, 7/4, 15/8)$ ...
qui sonne assez bizarrement : ma gamme

Plus loin...

Si on fixe la corde au cinquième de sa longueur, on obtient une note de fréquence $f_5 = 5f_1$.
Ramenée dans la gamme, on obtient $5/4f_1$: gamme de 3 notes $(1, 5/4, 3/2)$
On continue : $6/4 = 3/2$ ... $7/4$, $8/8 = 1$, $9/8$, $10/8 = 5/4$, $11/8$, $12/8 = 3/2$, $13/8$, $14/8 = 7/4$, $15/8$, $16/16 = 1$...
On obtient une gamme :
$(1, 9/8, 5/4, 11/8, 3/2, 13/8, 7/4, 15/8)$ ...
qui sonne assez bizarrement : ma gamme
On pourrait rajouter des notes, aller plus loin...

Encore plus loin

Encore plus loin

On peut ajouter des règles :

Règle 2

Encore plus loin

On peut ajouter des règles :

Règle 2

Pour monter d'une quinte : on multiplie la fréquence par $3/2$!

Encore plus loin

On peut ajouter des règles :

Règle 2

Pour monter d'une quinte : on multiplie la fréquence par $3/2$!
Pour descendre d'une quinte : on divise la fréquence par $3/2$!

Encore plus loin

On peut ajouter des règles :

Règle 2

Pour monter d'une quinte : on multiplie la fréquence par $3/2$!
Pour descendre d'une quinte : on divise la fréquence par $3/2$!

Par exemple : gamme $(1, 9/8, 5/4, 4/3, 3/2, 5/3, 15/8)$.
Gamme zarlinienne.
Idée : fractions “simples”, même si on n'a pas seulement $k/2^n$.

Des problèmes arithmétiques/géométriques

Des problèmes arithmétiques/géométriques

Problème

Des problèmes arithmétiques/géométriques

Problème

L'écart entre les 1ère et 2nde notes ("ton") est différent de l'écart entre les 2nde et 3ème.

Des problèmes arithmétiques/géométriques

Problème

L'écart entre les 1ère et 2nde notes ("ton") est différent de l'écart entre les 2nde et 3ème. Arithmétiquement non ($1/8$ d'écart)

Des problèmes arithmétiques/géométriques

Problème

L'écart entre les 1ère et 2nde notes ("ton") est différent de l'écart entre les 2nde et 3ème. Arithmétiquement non ($1/8$ d'écart) Mais géométriquement oui :
$(5/4)/(9/8) = 40/36 = 10/9 \neq (9/8)/1$ ...

Des problèmes arithmétiques/géométriques

Problème

L'écart entre les 1ère et 2nde notes ("ton") est différent de l'écart entre les 2nde et 3ème. Arithmétiquement non ($1/8$ d'écart) Mais géométriquement oui :
$(5/4)/(9/8) = 40/36 = 10/9 \neq (9/8)/1$ ...

Des problèmes arithmétiques/géométriques

Problème

L'écart entre les 1ère et 2nde notes ("ton") est différent de l'écart entre les 2nde et 3ème. Arithmétiquement non ($1/8$ d'écart) Mais géométriquement oui :
$(5/4)/(9/8) = 40/36 = 10/9 \neq (9/8)/1$ ...

Pourquoi ce petit écart est-il un problème ?

Des problèmes arithmétiques/géométriques

Problème

L'écart entre les 1ère et 2nde notes ("ton") est différent de l'écart entre les 2nde et 3ème. Arithmétiquement non ($1/8$ d'écart) Mais géométriquement oui :
$(5/4)/(9/8) = 40/36 = 10/9 \neq (9/8)/1$ ...

Pourquoi ce petit écart est-il un problème ?

Si on reste dans notre gamme : pas très grave, on accorde chaque note.

Des problèmes arithmétiques/géométriques

Problème

L'écart entre les 1ère et 2nde notes ("ton") est différent de l'écart entre les 2nde et 3ème. Arithmétiquement non ($1/8$ d'écart) Mais géométriquement oui :
$(5/4)/(9/8) = 40/36 = 10/9 \neq (9/8)/1$ ...

Pourquoi ce petit écart est-il un problème ?

Si on reste dans notre gamme : pas très grave, on accorde chaque note.
Si on veut changer de gamme (=moduler, Renaissance) : on doit réaccorder toutes les notes...

Des problèmes arithmétiques/géométriques

Problème

L'écart entre les 1ère et 2nde notes ("ton") est différent de l'écart entre les 2nde et 3ème. Arithmétiquement non ($1/8$ d'écart) Mais géométriquement oui :
$(5/4)/(9/8) = 40/36 = 10/9 \neq (9/8)/1$ ...

Pourquoi ce petit écart est-il un problème ?

Si on reste dans notre gamme : pas très grave, on accorde chaque note.
Si on veut changer de gamme (=moduler, Renaissance) : on doit réaccorder toutes les notes...

Problèmes matériels.

Une gamme pour moduler

Une gamme pour moduler

Enoncé

On veut découper l'intervalle des fréquences $[1, 2]$ en notes dont les rapports successifs sont les mêmes.

Une gamme pour moduler

Enoncé

On veut découper l'intervalle des fréquences $[1, 2]$ en notes dont les rapports successifs sont les mêmes.

Alors, on n'a pas le choix !

Une gamme pour moduler

Enoncé

On veut découper l'intervalle des fréquences $[1, 2]$ en notes dont les rapports successifs sont les mêmes.

Alors, on n'a pas le choix !
Pour une gamme à 12 degrés : $F_{n+1} = \alpha F_n$ avec $F_{12} = 2F_1$:

Une gamme pour moduler

Enoncé

On veut découper l'intervalle des fréquences $[1, 2]$ en notes dont les rapports successifs sont les mêmes.

Alors, on n'a pas le choix !
Pour une gamme à 12 degrés : $F_{n+1} = \alpha F_n$ avec $F_{12} = 2F_1$: $\alpha = 2^{1/12}$!

Une gamme pour moduler

Enoncé

On veut découper l'intervalle des fréquences $[1,2]$ en notes dont les rapports successifs sont les mêmes.

Alors, on n'a pas le choix !
Pour une gamme à 12 degrés : $F_{n+1} = \alpha F_n$ avec $F_{12} = 2F_1$: $\alpha = 2^{1/12}$!
Gamme tempérée : permet toutes les modulations.

Une gamme pour moduler

Enoncé

On veut découper l'intervalle des fréquences $[1, 2]$ en notes dont les rapports successifs sont les mêmes.

Alors, on n'a pas le choix !
Pour une gamme à 12 degrés : $F_{n+1} = \alpha F_n$ avec $F_{12} = 2F_1$: $\alpha = 2^{1/12}$!
Gamme tempérée : permet toutes les modulations.
La taille des intervalles ne dépend pas de la gamme choisie.

Une gamme pour moduler

Enoncé

On veut découper l'intervalle des fréquences $[1, 2]$ en notes dont les rapports successifs sont les mêmes.

Alors, on n'a pas le choix !
Pour une gamme à 12 degrés : $F_{n+1} = \alpha F_n$ avec $F_{12} = 2F_1$: $\alpha = 2^{1/12}$!
Gamme tempérée : permet toutes les modulations.
La taille des intervalles ne dépend pas de la gamme choisie.
Contrepartie : la quinte (juste) ne correspond pas à un rapport $3/2$, mais $2^{7/12} \simeq 1,4983$

Ateliers

Ateliers

1. Fabriquer des gammes suivant Pythagore, Zarlino, etc.
2. Comment ma guitare est-elle accordée ?
3. Le Tonnetz, Euler et Riemann...